

Н. И. Малых

СТАТИСТИКА: ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ ДЛЯ СПО

Рекомендовано Учебно-методическим отделом среднего профессионального образования в качестве учебника и практикума для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования

НАПИСАНИЕ на ЗАКАЗ:

1. Дипломы, курсовые, чертежи...
2. Диссертации и научные работы.
ЛЮБАЯ тематика,
в том числе ЭКОНОМЕТРИКА, ТЕХНИКА...

**Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru**

Москва ■ Юрайт ■ 2019

УДК 311(075.32)
ББК 60.6я723
М20

Автор:

Малых Наталья Ильинична — кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и финансов общественного сектора факультета государственного управления экономикой Института государственной службы и управления Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, доцент кафедры мировой и национальной экономики Всероссийской академии внешней торговли. Действительный член Института профессиональных бухгалтеров России.

Рецензенты:

Ларина М. А. — доктор экономических наук, профессор, декан факультета государственного управления экономикой Института государственной службы и управления Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации;

Сибирская Е. В. — профессор, доктор экономических наук, профессор кафедры статистики Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова.

Малых, Н. И.

М20 Статистика: теория статистики : учебник и практикум для СПО / Н. И. Малых. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 275 с. — (Серия : Профессиональное образование).

ISBN 978-5-534-10178-2

Статистика — одна из важных дисциплин в учебном плане. Данный учебник составлен таким образом, чтобы обеспечить наиболее полное освещение материала по статистике. В томе освещаются методологические основы статистического исследования. В книге рассмотрены основные приемы и методы сбора, анализа и обработки статистических данных. Содержание учебника изложено с учетом наиболее важных рекомендаций международных организаций, а также методологических документов, издаваемых Федеральной службой государственной статистики РФ. Теоретический материал подкреплен практическими выкладками.

В практикуме по каждой рассмотренной теме имеются типовые задания, снабженные методическими рекомендациями, и тесты.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования и профессиональным требованиям.

Для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования, обучающихся по экономическим специальностям.

УДК 311(075.32)

ББК 60.6я723



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

ISBN 978-5-534-10178-2

© Малых Н. И., 2015

© ООО «Издательство Юрайт», 2019

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1. Введение в статистику	9
1.1. Предмет статистики и ее методология.....	9
1.2. Принципы организации статистики. Современные цели и задачи статистических органов.....	15
1.3. Источники статистической информации.....	21
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>22</i>
Глава 2. Статистическое наблюдение, сводка и группировка его результатов.....	23
2.1. Статистическое наблюдение.....	23
2.2. Сводка и группировка данных статистического наблюдения	31
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>50</i>
Глава 3. Наглядное представление данных статистического исследования	51
3.1. Статистические таблицы.....	51
3.2. Графический метод в статистике	55
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>68</i>
Глава 4. Обобщающие статистические показатели в анализе и прогнозировании.....	70
4.1. Классификация статистических показателей	70
4.2. Абсолютные величины	74
4.3. Относительные величины	75
4.4. Средние величины.....	82
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>85</i>
Глава 5. Использование средних величин и показателей вариации в коммерческой деятельности.....	86
5.1. Основные показатели среднего уровня вариационного ряда	86
5.2. Показатели вариации и способы их расчета	100
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>108</i>
Глава 6. Анализ динамических рядов	109
6.1. Понятие о рядах динамики, их виды.....	109
6.2. Основные показатели изменения уровней ряда	112
6.3. Средние показатели ряда динамики	115
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>123</i>

Глава 7. Выборочное наблюдение	124
7.1. Выборочное наблюдение – важнейший источник статистической информации.....	124
7.2. Основные элементы выборки.....	127
7.3. Основные способы формирования выборочной совокупности	130
7.4. Оценка результатов выборочного наблюдения	143
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	145
Глава 8. Индексный метод в статистике	147
8.1. Общее понятие об индексах, их виды и значение в статистике	147
8.2. Методы построения индексов. Агрегатные индексы и средние индексы из индивидуальных (групповых).....	150
8.3. Индексы переменного и фиксированного состава. Индекс структурных сдвигов	158
8.4. Цепные и базисные индексы.....	161
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	162
Глава 9. Статистические методы изучения взаимосвязей социально-экономических явлений.....	163
9.1. Причинность, регрессия, корреляция. Функциональная и корреляционная связь	163
9.2. Регрессионный анализ	168
9.3. Корреляционный анализ.....	176
9.4. Методы изучения связи качественных признаков	184
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	188
Глава 10. Статистические методы анализа и прогнозирования коммерческой деятельности	190
10.1. Трендовые модели прогнозирования	190
10.2. Адаптивное моделирование динамических рядов.....	211
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	213
Практикум	214
Литература	270
Ответы на тесты	272
Приложение	
Таблица для расчета средних коэффициентов роста (снижения) по средней параболической.....	274

Введение

Рыночная экономика существенно повышает требования к качеству подготовки экономистов. Чтобы быть конкурентоспособным на рынке труда, сегодня необходимо владеть современным статистическим инструментарием анализа экономической информации. Статистика — одна из важных дисциплин в учебном плане экономических вузов, так как статистическая грамотность — неотъемлемая составляющая экономического образования. **Статистика** — это искусство и наука сбора, обработки и анализа данных.

Данный учебник составлен таким образом, чтобы обеспечить наиболее полное освещение материала по статистике. Освоив основные приемы общей теории статистики, можно перейти к более продвинутому этапу обучения — к системе показателей социально-экономической статистики, которые представлены во втором томе учебника.

Для проведения глубокого и всестороннего анализа развития экономики, ее сбалансированности, характера внутренних и межотраслевых связей и процессов, происходящих в обществе, необходимо располагать достаточно полной и объективной информационной базой. Официальная статистическая деятельность представляет собой один из важнейших инструментов государственного управления, ориентированный на получение адекватных сведений о социально-экономических процессах в стране для выработки государственными органами соответствующих решений.

Эффективность принятия решений во многом определяется степенью использования имеющейся информации. Работая с цифрами, каждый экономист должен знать, как получены те или иные данные, какова их природа, насколько они полны и достоверны. Когда вы располагаете информацией и знаете, как собрать необходимые дополнительные факты, вы сможете принять наилучшее управленческое решение. И даже для малого бизнеса необходимо понимать, что происходит в более широком бизнес-окружении, состоящем из потенциальных потребителей и конкурентов.

Часто данные содержат много информации, которая не является очевидной, поэтому необходимо обобщить и систематизировать сведения, полученные в ходе статистического наблюдения. Средством наглядного выражения результатов исследования являются статистические таблицы и статистические графики.

Значение статистических таблиц определяется тем, что они позволяют изолированные статистические данные рассматривать совместно, достаточно полно и точно охватывая сложную природу явлений. Любая статистическая таблица представляет собой форму рационального, наглядного изложения статистических данных о явлениях и процессах, изучаемых статистикой.

Современную науку невозможно представить без графических методов. Использование графиков для изложения статистических показателей позволяет придать последним наглядность и выразительность, облегчить их восприятие, а во многих случаях — уяснить сущность изучаемого явления, взаимосвязь характеризующих его показателей. Многообразие графиков обусловлено различиями в их статистическом содержании, способах построения и широте круга отображаемых ими общественных явлений и процессов.

Статистические показатели помогают увидеть общую картину, которая иначе не проявилась бы в собранных данных.

Экономист должен уметь использовать различные статистические методы анализа массовых явлений. Применение статистических методов обеспечивает максимальную быстроту и точность учета. Статистические методы следует рассматривать как важную часть процесса принятия решений, позволяющую выработать обоснованные стратегические решения, сочетающие интуицию специалиста с тщательным анализом имеющейся информации. Овладение статистической методологией — одно из непременных условий познания конъюнктуры рынка, изучения тенденций и прогнозирования спроса и предложения, принятия оптимальных решений на всех уровнях коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг.

Использование статистики обеспечивает конкурентное преимущество в бизнесе. Методы статистики постоянно используются во всем мире, а снижение стоимости вычислительной техники увеличивает возможности принятия решений на основе количественной информации.

Статистика играет важную роль в системе экономического образования, так как вырабатывает фундаментальные научные выражения и понятия, имеющие большое значение для экономики.

Данная книга представляет собой учебник по курсу «Статистика. Теория статистики», который может быть использован студентами средних учебных заведений, обучающимися по специальности «Менеджмент». Дисциплина «Статистика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла Федерального государственного образовательного стандарта среднего образования. Книга охватывает важнейшие вопросы общей теории статистики. В конце учебника приведен практикум. В нем по каждой рассмотренной теме имеются типовые задания, снабженные методическими рекомендациями, задания для самостоятельного решения и тесты.

Статистика — комплексная научная дисциплина. Она взаимосвязана с экономической теорией, политологией, социологией, высшей математикой, в том числе с таким ее разделом, как теория вероятностей, эконометрикой, информатикой, бухгалтерским учетом, международными стандартами учета и аудита, отраслевыми дисциплинами (науками), комплексным экономическим анализом.

Курс «Статистика. Теория статистики» поможет овладеть основными положениями современной статистики, усвоить применение статистических методов, а также научит отбирать необходимые методы и источники

статистической информации в целях повышения эффективности принятия управленческих решений.

Основная задача курса — овладение знаниями общих основ статистической науки, искусством организации и проведения статистических исследований, анализа и обобщения их результатов, навыками прогнозирования.

Руководствуясь знаниями, полученными при изучении данной дисциплины, студенты должны освоить:

трудовые действия

- владения методологией проведения статистического исследования;
- современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных;
- навыками самостоятельной работы с источниками статистической информации, включая источники на иностранном языке и глобальные компьютерные сети;

необходимые умения

- определять цели и задачи статистического исследования;
- проводить статистические обследования (опросы, анкетирование и пр.) и первичную обработку их результатов;
- анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о социально-экономических явлениях и процессах, происходящих на макро- и микроуровнях, выявлять тенденции изменения социально-экономических показателей;
- оценивать статистическую достоверность расчетов;
- использовать в работе специальную литературу, справочный материал и средства вычислительной техники;

необходимые знания

- принципов современной организации национальных и зарубежных статистических служб;
- понятий и категорий статистической науки;
- современной методологии проведения статистического исследования и интерпретации его результатов.

Изучив статистику, вы станете более компетентно работать с данными и будете чувствовать себя гораздо увереннее в неопределенных ситуациях.

Глава 1.

ВВЕДЕНИЕ В СТАТИСТИКУ

После изучения главы 1 студент должен:

знать

- понятия и категории статистической науки;
- состав и принципы организации статистической службы России;
- современные цели и задачи статистических органов;
- роль и значение информации и информационных технологий в развитии современного общества и экономических знаний;

уметь

- использовать отечественные и зарубежные источники экономической, социальной и управленческой информации;

владеть

- методологией проведения статистического исследования;
 - навыками самостоятельной работы с источниками статистической информации.
-

1.1. Предмет статистики и ее методология

Статистика — одна из древнейших отраслей знаний, возникшая на базе хозяйственного учета.

Первые учетные операции проводились еще в глубокой древности. Вначале они были довольно примитивны, нерегулярны и направлены главным образом на получение данных о численности и составе населения, его имущественном положении. Использовались эти данные прежде всего при налогообложении и для военных нужд.

По мере развития производительных сил общества возрастал интерес к разного рода знаниям. Постепенно расширялся круг изучаемых явлений, усложнялись учетные операции, становясь более регулярными. С годами накапливался опыт, разрабатывались рекомендации о том, каким образом организовывать исследование, как обрабатывать полученные данные, чтобы обобщить их и выявить закономерности.

Так постепенно сформировалась отрасль знаний, названная впоследствии «статистикой».

Статистика как наука возникла в XVII в. почти одновременно в Германии и Англии. У истоков статистики стояли две школы — немецкая описательная и английская школа политических арифметиков.

Первое направление возникло в Германии и известно как *государствоведение*, или *описательная школа*. Основателем описательной школы был Герман Конринг (1606—1681) — выдающийся врач и видный государственный деятель своего времени. Он первым начал читать лекции по государствоведению в университете (с 1660 г.) в Гельмштедте. Цель новой науки Конринг сформулировал так: научить политических деятелей понимать причины государственно важных явлений, которые он подразделял на четыре группы: материальные — описание территории и населения, формальные — политическое устройство, конечные (целевые) — благосостояние государства и его граждан, административные — управление государством, его аппарат (чиновники, армия и т.д.). Таким образом, представители этой школы основной своей задачей считали описание достопримечательностей государства без анализа закономерностей и взаимосвязей между явлениями.

Идеи Конринга получили широкую известность главным образом благодаря энергичной деятельности его последователя Готфрида Ахенваля (1719—1772). Именно ему суждено было создать школу, оказавшую огромное влияние на судьбы статистики и безраздельно господствовавшую в Европе до середины XIX в. Именно он и ввел термин «статистика».

На становление и развитие немецкой школы государствоведения, или описательной статистики, большое влияние оказали также такие ученые, как Антон Фридрих Бюшинг (Büsching, 1724—1793), Август Людвиг Шлёцер (Schlözer, 1735—1809) и другие. Представителями этой школы был собран огромный информационный материал, разработаны основные социальные показатели, касающиеся государственного устройства, по которым должно вестись описание государства, апробированы многие широко используемые в настоящее время методы обработки эмпирических социальных данных.

Второе направление развития статистики как науки возникло в Англии и известно под названием *политическая арифметика*. Основателем этого направления был Уильям Петти (1623—1687) — английский экономист и статистик. Среди основных трудов Петти — «Трактат о налогах и сборах» (*A treatise of taxes and contributions*, 1662); «Слово мудрым» (*Verbum sapienti*, 1665); «Политический обзор, или анатомия Ирландии» (*Political survey or anatomy of Ireland*, 1672); «Разное о деньгах» (*Quantulumcunque concerning money*, 1682); «Эссе о политической арифметике» (*Essays in political arithmetick*, 1683).

Главная заслуга Петти состояла в том, что он наметил основные черты нового метода и дал ему определенную формулировку. «Я решился, — сказал в предисловии к «Политической арифметике» Петти, — говорить языком *числа, веса и меры*, пользоваться лишь доказательствами, которые постигаются внешними чувствами, и принимать в соображение лишь такие причины, очевидность которых лежит в самой природе вещей, предоставляя другим пользоваться теми доказательствами, которые зависят от изменчивых мнений, убеждений, склонностей и страстей отдельных лиц».

С деятельностью школы политической арифметики неразрывно связано имя Джона Граунта (1620—1674), друга и соратника У. Петти. В январе 1662 г.

в Лондоне вышла в свет книга Д. Граунта, имевшая длинное, как тогда было принято, название: *Natural and political observations upon the bills of mortality, chiefly with reference to the government, religion, trade, growth, air, disease s etc. of the city of London* («Естественные и политические наблюдения над записями умерших, главным образом по их отношению к управлению, религии, торговле, росту, воздуху, болезням и т.д. в городе Лондоне»). Изучив ведомости о смертности и рождаемости в Лондоне за 80 лет, Граунт обратил внимание на существование целого ряда закономерностей. Граунт был первым, обратившим внимание на существование закономерности в таких явлениях, как отношение между числом рождающихся мальчиков и девочек, числом сумасшедших и самоубийц и т.д. Граунт построил первую математическую модель (таблицу) смертности, описывающую закономерное увеличение вероятности смерти по мере старения людей. Ныне такая модель, конечно же, несравненно более совершенная, нежели созданная Граунтом, является одним из главных орудий в арсенале демографии, причем используется для анализа не только смертности, но и брачности, рождаемости, возрастной структуры населения, для разработки прогнозов по численности и структуре населения.

Заслугой политических арифметиков является то, что они понимали необходимость использования массовых данных для выявления тех или иных закономерностей, при сводке и анализе использовали группировки, средние и относительные величины, старались рассматривать многие показатели взаимосвязанно, при отсутствии необходимых данных использовали косвенные расчеты и т.д.

Статистика, родившись в связи с необходимостью решения практических государственных и хозяйственных проблем, сформировалась как наука в результате синтеза государственоведения и политической арифметики, причем от последней она взяла больше, поскольку статистика и в настоящее время призвана прежде всего выявлять различного рода закономерности в исследуемых явлениях.

Однако ни представители государственоведения, ни представители политической арифметики не дошли до теоретического обобщения практики учетно-статистических работ, до создания теории статистики. Эта задача была решена позднее, в XIX в., бельгийским ученым Адольфом Кетле (1796—1874). Именно он дал определение предмета статистики (массовые явления, связанные с жизнью общества, государства), увидел в ней орудие социального познания, раскрыл суть методов статистики.

Значение Кетле в истории общественных наук вообще заключается в том, что, поставив себе задачей применить к изучению общественных явлений приемы точного исследования, которыми пользуются естественные науки, он первый показал, что человеческие деяния, подобно явлениям физического мира, подчинены известной закономерности. С именем Кетле в истории науки связан переход социальной статистики от сбора и количественного описания данных к установлению постоянных корреляций показателей, или статистических закономерностей. Выявленные им с помощью математического вероятностного анализа постоянные соотношения показателей Кетле трактовал как объективные социальные законы.

Считается, что А. Кетле положил начало третьему направлению статистической науки — статистико-математическому. Ему принадлежит термин «социальная физика», так он называл науку, изучающую закономерности массовых общественных явлений, к анализу которых могут быть применены математические методы. В целом представители статистико-математического направления внесли существенный вклад в развитие методологии статистической науки (ряды распределения, теория корреляции).

Весьма важное значение имела практическая деятельность Кетле. С первых дней своей статистической деятельности Кетле стал работать над вопросами организации статистического дела исходя из того положения, что эту организацию только в том случае можно будет признать удовлетворительной, когда она распространит свою сеть на весь земной шар, с тем чтобы наука могла располагать материалом, добытым путем наблюдения над жизнью всего человечества. Кетле понимал, что статистика будет иметь для науки какое-либо значение только тогда, когда возможно будет делать сравнения между результатами наблюдений, сделанных в различных странах. Для этой цели необходимо было бы, конечно, предварительно объединить способы статистических наблюдений во всех государствах, ввести одинаковую организацию официальной статистики, одну и ту же терминологию и т.д. Подготовить почву для осуществления этого идеала было заветной мечтой Кетле.

Международный статистический конгресс, на организацию которого Кетле потратил немало времени и сил, должен был служить средством для выполнения этой высокой задачи. Статистический конгресс в полном смысле слова — дело рук Кетле, и не только первый, собравшийся в 1853 г. в Брюсселе, но и все остальные восемь, которые собирались в различных столицах Европы при его жизни. Недаром знаменитый прусский статистик Эрнст Энгель назвал Кетле «учителем учителей». «Все организаторы статистических учреждений в Европе с середины 1850-х гг. были его учениками, и до самого конца своей жизни, на целом ряде статистических конгрессов, от Брюссельского (1862) до Петербургского (1872) включительно, Кетле поддерживал их деятельность советами своей опытности и неослабевающей энергией своей воли» (Ю. Э. Янсон).

Статистика — отрасль знаний, в которой излагаются общие вопросы сбора, измерения и анализа массовых статистических (количественных или качественных) данных; изучение количественной стороны массовых общественных явлений в числовой форме.

Таким образом, **предметом исследования статистики** является область массовых явлений общества, т.е. таких явлений, которые состоят из множества отдельных элементов или фактов. Статистика изучает количественную сторону этих явлений в неразрывной связи с их качественной стороной в конкретных условиях места и времени. Она включает в сферу своего исследования также технические и природные факторы, которые влияют на изменение количественных сторон массовых явлений.

Цель статистического исследования заключается в раскрытии сущности и закономерностей массовых явлений и процессов.

Совокупность приемов, пользуясь которыми статистика исследует свой предмет, составляет **метод статистики**.

Общие правила статистического исследования исходят из положений социально-экономической теории и принципа диалектического метода познания. Они составляют теоретическую базу статистики.

Общей основой разработки и применения статистической методологии являются принципы диалектического подхода к изучению явлений жизни общества. Это прежде всего требование рассмотрения фактов, характеризующих изучаемые явления, в их целостности, во взаимосвязи и взаимообусловленности, что весьма важно при статистическом изучении причинных отношений.

Важнейшим положением диалектического метода познания является рассмотрение изучаемого явления в развитии, движении от возникновения до исчезновения. В соответствии с этим положением статистика изучает динамику социально-экономических явлений в их исторической обусловленности.

При статистическом изучении социально-экономических явлений руководствуются положением материалистической диалектики о переходе количественных изменений в качественные. Это имеет важное значение при изучении количественных изменений в массовых социально-экономических явлениях для познания глубоких качественных изменений.

Статистика опирается на диалектические категории случайного и необходимого, единичного и массового, индивидуального и общего.

Теоретический (качественный) анализ явления, основанный на социально-экономических науках, всегда предшествует его статистическому изучению. Он является необходимым условием правильной организации статистического исследования и безошибочного толкования его результатов. Необходимыми условиями статистического изучения являются:

- понимание сущности изучаемого объекта или процесса;
- знание законов развития;
- знание особенностей конкретной обстановки.

Руководствуясь положениями социально-экономической теории, статистика занимается следующим:

- обогащает социально-экономические науки фактическими данными, полученными в статистическом исследовании;
- дает статистическую информацию для проверки, обоснования или иллюстрации их теоретических положений.

В процессе исследования своего предмета статистика может использовать и другие общенаучные методы:

- аналогию (перенесение свойств одного предмета на другой);
- гипотезу (научно-обоснованное предположение о возможных причинных связях между явлениями).

Опираясь на теоретическую базу, статистика применяет и специфические методы. Массовое наблюдение, группировка и свodka его результатов, вычисление и анализ обобщающих показателей — все это вместе и составляет **специфический метод статистики**.

Специфический метод статистики основан на соединении анализа и синтеза. Сначала выделяются в составе изучаемого явления и отдельно изучаются части (группы и подгруппы), оценивается существенность или

не существенность наблюдаемых различий в величине признака, выявляются причины различий, а затем дается характеристика явления в целом, во всей совокупности его сторон, тенденций и форм развития. Все стадии статистической работы тесно связаны друг с другом; недостатки, возникающие на одной из них, сказываются на всем исследовании в целом. Поэтому строгое соблюдение правил статистической науки обязательно на всех стадиях статистического исследования.

Основными понятиями статистической науки являются следующие.

Статистическая совокупность — совокупность социально-экономических объектов или явлений общественной жизни, объединенных некоей качественной основой, общей связью, но отличающихся друг от друга отдельными признаками.

Единица совокупности — первичный элемент статистической совокупности, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации и основой ведущегося при обследовании счета. Так, например, при изучении совокупности банков единицей совокупности будет отдельный банк.

Каждая единица совокупности может быть охарактеризована разного рода качественными и количественными признаками.

Признак — качественная особенность единицы совокупности. Возможное значение, которое может принимать признак, называется *вариантом*.

По характеру отображения свойств единиц изучаемой совокупности признаки делят на две основные группы:

1) признаки, имеющие непосредственное *количественное выражение*, например возраст, стаж работы, средний заработок и т.д.;

2) признаки, не имеющие непосредственного количественного выражения. В этом случае отдельные единицы совокупности различаются своим содержанием (например, профессии — характером труда: учитель, врач, плотник и т.д.). Такие признаки обычно называют *атрибутивными*. В случае когда имеются противоположные по значению варианты признака, говорят об *альтернативном* признаке (да, нет). Например, продукция может быть годной или бракованной (негодной), каждое лицо может состоять в браке или нет и т.д.

Если определенный признак имеет разные значения у отдельных единиц совокупности, то говорят, что он варьирует или имеет некоторую вариацию.

Вариация — это изменение значения признака при переходе от одной единицы совокупности к другой. Такие признаки, варьирующие от единицы к единице, составляют отличительную черту статистической совокупности, делают ее предметом изучения статистики и называются *статистическими*.

Статистика, как правило, оперирует числовыми данными, которые обусловлены влиянием множества различных факторов. Одни из них являются главными, существенными, другие — случайными. Абстрагироваться от случайного и выявить типичное, закономерное — основная задача статистики, решить которую можно только на основе массовых данных.

Закономерность, выявленная на основе массового наблюдения, т.е. проявившаяся в большой массе явлений через преодоление свойственной ее

единичным элементам случайности, называется **статистической закономерностью**.

Статистическая закономерность обнаруживается при массовом наблюдении благодаря действию закона больших чисел, который выражает диалектику случайного и необходимого.

Сущность **закона больших чисел** заключается в том, что с увеличением числа наблюдений, происходит постепенное взаимное погашение случайных индивидуальных отклонений отдельных единиц совокупности от определенного типичного уровня, характерного для всей совокупности. Благодаря этому при массовом наблюдении происходит взаимопогашение отдельных отклонений, вызванных действием различных случайных причин и условий, и выявляются объективные закономерности, которые в единичном наблюдении часто затушевываются случайными обстоятельствами.

Статистический показатель — понятие (категория), отображающее количественные характеристики (размеры) соотношения признаков общественных явлений. Статистические показатели могут быть объемными (численность трудовых ресурсов, экономически активного населения) и расчетными (средние величины), плановыми, отчетными и прогностическими. Статистические показатели следует отличать от статистических данных.

Статистические данные — это конкретные численные значения статистических показателей. Они всегда определены не только качественно, но и количественно и зависят от конкретных условий, места и времени.

Система статистических показателей — связанный смысловым единством и подчиненный определенной логике построения перечень показателей, разносторонне характеризующих социально-экономические явления и категории в их взаимосвязи.

1.2. Принципы организации статистики. Современные цели и задачи статистических органов

Цель ведения статистического учета — правдивое описание всех сторон общественной жизни государства. Статистика играет важную роль в управлении экономикой любой страны, так как правильность управленческого решения во многом зависит от той информации, на основе которой оно принято.

Развитие и организация государственной статистики определяются многими условиями и факторами экономического, социального, организационного характера. Важнейшими из них являются, с одной стороны, потребность органов государственной власти в данных об экономическом и социальном состоянии страны, с другой — уровень развития статистической науки, организации государственного аппарата, направленность экономической и социальной политики власти, квалификация работников государственной, в том числе статистической, службы.

Организация статистики в России. В Российской Федерации действует Федеральный закон от 29 ноября 2007 г. № 282-ФЗ (ред. от 23 июля 2013 г.)

«Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации».

Система государственной статистики представляет собой сеть иерархически и функционально взаимосвязанных организаций, занимающихся сбором, обработкой и распространением статистических данных, характеризующих темпы и пропорции социально-экономического развития страны, ее сравнение с другими странами и положение в современном мире.

Система государственной статистики находится в ведении Правительства РФ и подотчетна ему, что обеспечивает неразрывную связь государственной статистики с органами государственного управления.

Система сформирована в соответствии с административно-территориальным делением страны. Она включает в себя два уровня организаций: федеральный, который представляют федеральные органы государственной статистики, и территориальный, представленный органами государственной статистики субъектов РФ и статистическими структурами районного звена.

Федеральный уровень государственной статистики представляют Федеральная служба государственной статистики, ее центральный аппарат и подведомственные организации. Помимо Федеральной службы государственной статистики федеральные государственные статистические наблюдения осуществляют статистические подразделения других федеральных органов власти. Информация, предоставляемая федеральными органами государственной власти, используется Федеральной службой государственной статистики при подготовке макроэкономических расчетов и публикаций сводно-информационных материалов.

К низовым органам государственной статистики относятся городские и районные управления государственной статистики. В областях, краях и республиках, а также в Москве и Санкт-Петербурге имеются территориальные органы по статистике.

Высший орган управления статистикой — **Федеральная служба государственной статистики**. Сфера деятельности статистической службы определена в Положении о Федеральной службе государственной статистики, которое утверждено постановлением Правительства РФ от 2 июня 2008 г. № 420.

Федеральная служба государственной статистики (ФСГС) является федеральным органом исполнительной власти, осуществляющим функции по выработке государственной политики и нормативно-правовому регулированию в сфере официального статистического учета, формированию официальной статистической информации о социальных, экономических, демографических, экологических и других общественных процессах в Российской Федерации, а также в порядке и случаях, установленных законодательством РФ, по контролю в сфере официального статистического учета. ФСГС осуществляет свою деятельность непосредственно и через свои территориальные органы во взаимодействии с другими федеральными органами исполнительной власти, органами исполнительной власти субъектов РФ, органами местного самоуправления, общественными объединениями и иными организациями.

ФСГС обеспечивает единую методологическую основу учета, сводит, анализирует полученную информацию, обобщает данные, публикует результаты своей деятельности.

Рассмотрим предыдущие названия и подчиненность.

До 1917 г. — Статистический совет и Центральный статистический комитет при Министерстве внутренних дел.

Декретом Совета Народных Комиссаров (СНК) от сентября 1918 г. «О местных статистических учреждениях» губернские статкомитеты прекратили свою деятельность.

1918—1923 — Центральное статистическое управление РСФСР (ЦСУ РСФСР), образовано Декретом Совета Народных Комиссаров от 25 июля 1918 г. «О государственной статистике».

1923—1926 — Центральное статистическое управление (ЦСУ) при Совете Народных Комиссаров СССР.

1926—1930 — Центральное статистическое управление СССР (ЦСУ СССР).

1930—1931 — Экономико-статистический сектор (ЭСС) Госплана СССР.

1931 — Сектор народно-хозяйственного учета Госплана СССР.

1931—1941 — Центральное управление народнохозяйственного учета (ЦУНХУ) Госплана СССР.

В соответствии с постановлением СНК СССР от 10 марта 1932 г., утвердившим Положение о республиканских, областных (краевых) органах народнохозяйственного учета, управления народнохозяйственного учета союзных и автономных республик, краев и областей, районные и городские инспектуры народнохозяйственного учета находились в непосредственном подчинении ЦУНХУ Госплана СССР.

Директивы и задания, исходящие от ЦУНХУ Госплана СССР, являлись обязательными для всех статистических органов. Тем самым была создана единая общесоюзная система органов народнохозяйственного учета.

1941—1948 — Центральное статистическое управление Госплана СССР.

1948—1987 — Центральное статистическое управление при Совете Министров СССР (постановление Совета Министров СССР от 10 августа 1948 г. № 3018 «О преобразовании ЦСУ Госплана СССР в Центральное статистическое управление при Совете Министров СССР»).

1987—1991 — Государственный комитет СССР по статистике.

1991—2004 — Государственный комитет по статистике Российской Федерации. Был также образован Статкомитет СНГ, который в настоящее время осуществляет координирующую работу в области методологии и получения статистических данных по странам СНГ.

Межгосударственный статистический комитет СНГ (Статкомитет СНГ) создан по решению глав правительств Содружества Независимых Государств в декабре 1991 г.:

- для статистической координации деятельности стран Содружества;
- содействия реформированию государственной статистики в государствах — участниках Содружества применительно к осуществляемым социа-

льно-экономическим преобразованиям и общепринятой в международной практике системе учета и статистики;

- выработки рекомендаций по согласованной статистической методологии и обеспечения сопоставимости и преемственности статистических разработок;
- многостороннего обмена статистической информацией и развития общего информационно-статистического пространства в рамках Содружества;
- сбора и анализа статистической информации, ведения баз данных, формирования сводных статистических данных, издания статистических публикаций и их распространения.

Статкомитет СНГ определен официальным распространителем статистической информации о социально-экономическом положении стран Содружества.

С 09.03.2004 – Федеральная служба государственной статистики (Росстат).

Федеральная служба государственной статистики:

- предоставляет в установленном порядке официальную статистическую информацию Президенту РФ, Правительству РФ, Федеральному Собранию РФ, иным органам государственной власти, органам местного самоуправления, средствам массовой информации, организациям и гражданам, а также международным организациям;
- разрабатывает и утверждает в установленном порядке в пределах своей компетенции официальную статистическую методологию для проведения федеральных статистических наблюдений и формирования официальной статистической информации, обеспечивает соответствие указанной методологии международным стандартам и принципам официальной статистики;
- согласовывает официальную статистическую методологию, формируемую и утверждаемую субъектами официального статистического учета;
- разрабатывает совместно с субъектами официального статистического учета федеральный план статистических работ и подготавливает предложения по его актуализации;
- утверждает формы федерального статистического наблюдения и указания по их заполнению по представлению субъектов официального статистического учета, если иное не установлено федеральными законами;
- координирует деятельность в сфере официального статистического учета при разработке федерального плана статистических работ, подготовке предложений по его актуализации, а также при утверждении форм федерального статистического наблюдения и указаний по их заполнению;
- осуществляет подготовку, проведение и подведение итогов Всероссийской переписи населения, Всероссийской сельскохозяйственной переписи, а также их методологическое обеспечение;
- осуществляет подготовку, методологическое обеспечение, проведение федеральных статистических наблюдений в установленной сфере деятельности и обработку данных, полученных в результате этих наблюдений, в целях формирования официальной статистической информации;

- разрабатывает и ведет в установленном порядке общероссийские классификаторы технико-экономической и социальной информации в установленной сфере деятельности;
- обеспечивает заинтересованных пользователей данными бухгалтерской отчетности юридических лиц, осуществляющих свою деятельность на территории Российской Федерации;
- и др.

Сложившаяся в Российской Федерации информационно-статистическая система имеет межведомственную структуру. Наряду с ФСГС, осуществляющей межотраслевую координацию и функциональное регулирование статистической деятельности в России, более 50 федеральных органов исполнительной власти формируют официальную статистическую информацию.

Организация статистики за рубежом. По мере расширения межгосударственных связей появилась потребность и возможность создания статистической картины мира.

Современный этап зарубежной статистики начался после завершения Второй мировой войны, когда вместо колониальных империй на нашей планете начали образовываться новые независимые государства. Этот этап неразрывно связан с деятельностью Организации Объединенных Наций (ООН) во главе с ее Генеральной Ассамблеей.

С 1946 г. при ООН работает Статистическая комиссия ООН (СК ООН). Именно ей принадлежит ведущая координирующая роль в многогранной деятельности всей международной статистики. Прежде чем искать решение тех или иных глобальных проблем, нужно знать их истинные масштабы, т.е. собрать статистические данные. Причем важно, чтобы методология их сбора и анализа в разных странах была сопоставимой. Гармонизация официальной статистики в мировом масштабе — главная задача Статистической комиссии ООН.

На Статистическую комиссию ООН как важнейшую организацию международной статистики возложена реализация следующих основных задач:

- содействовать развитию национальной статистики и ее международной сравнимости;
- координировать статистические работы специализированных учреждений ООН;
- разрабатывать рекомендации по общим проблемам сбора, обработки и распространения информации в мире;
- содействовать общему совершенствованию статистики и ее методов.

Формы работы Статистической комиссии ООН — регулярные сессии. По результатам сессий составляются доклады с приложением резолюций для Экономического и социального совета (ЭКОСОС), в состав которого СК ООН входит на правах одной из функционирующих комиссий. Вообще же этот Совет направляет и координирует деятельность всех подразделений в области статистики. Экономический и социальный совет уполномочен предпринимать исследования и составлять доклады по международным вопросам в области экономической, социальной, культуры, образования, здравоохранения и подобным вопросам или побуждать к этому других, а также делать по любому из этих вопросов рекомендации Генеральной

Ассамблее ООН, членам ООН и заинтересованным специализированным учреждениям (ст. 62 Устава ООН от 26 июня 1945 г.).

Кроме того, в Секретариате ООН создан Статистический отдел (СО ООН) как самостоятельно функционирующее подразделение и одновременно рабочий орган Статистической комиссии.

В настоящее время в созданную усилиями многих стран **Глобальную статистическую систему** входят:

- Статистическая комиссия при ООН;
- отраслевые статистические подразделения ООН;
- система статистических изданий ООН и других международных организаций;

- специализированные учреждения ООН: ФАО – Комиссия ООН по продовольствию; ЮНЕСКО – Комиссия ООН по сотрудничеству в области науки, культуры и образования; ВОЗ – Всемирная организация здравоохранения; ВБ – Всемирный банк; МВФ – Международный валютный фонд; ВТО – Всемирная торговая организация; МОТ – Международная организация труда; ЮНИДО – Организация по промышленному развитию и др.;

- статистические службы межгосударственных организаций: ОЭСР – Организации экономического сотрудничества и развития; ЕС – Европейского союза; СНГ – Содружества Независимых Государств; АСЕАН – Ассоциации государств Юго-Восточной Азии;

- региональные статистические организации;
- международная статистика, разрабатываемая каждой страной для определения ее роли в мировой экономике (например, в России выходит статистический ежегодник «Россия и страны мира»).

Основные издания статистической системы ООН:

- Ежемесячный статистический бюллетень ООН (*UN Monthly bulletin of statistics*);

- Демографический ежегодник (*Demographic yearbook*), выходящий в Швейцарском отделении ООН;

- статистические сборники Международной организации труда (МОТ): Статистический ежегодник по труду (*Yearbook of labour statistics*); Статистика заработной платы, отработанного времени и цен на продукты питания (*Statistics on occupational wages and hours of work and food prices*); периодические бюллетени по труду (*Supplement of the bulletin of labour statistics* и *Current international recommendations on labour statistics*);

- Статистический ежегодник Продовольственной комиссии – ФАО (штаб-квартира – в г. Риме; содержит сведения об урожайности, площади возделывания основных культур, уровне потребления и качестве продовольственных продуктов, их калорийности в разных странах);

- Статистический ежегодник ЮНЕСКО (позволяет получить представление об уровне грамотности, развитии культуры и науки в международном масштабе);

- статистические публикации Всемирного банка (*World bank*), статистические сборники по мировой торговле, мировым финансам, промышленности и т.д.;

- публикации Международного валютного фонда — МВФ (*International monetary fund*) о состоянии экономики различных стран мира. Это статистический ежегодник *International statistics (Yearbook)*, а также дополняющий его периодический статистический бюллетень (*Bulletin of IMF*), издающийся в Нью-Йорке.

Статистические исследования выходят, как правило, на четырех языках — английском, французском, немецком и испанском — и имеют статус «официальной информации».

В качестве основной цели создания Глобальной статистической системы сформулирована задача эффективного использования имеющихся ресурсов для осуществления статистической деятельности на национальном и международном уровне.

Таким образом, сложились два уровня зарубежной статистики:

- первый — это международная статистика, построенная на принципах единой мировой методологии ООН;
- второй — национальная статистическая практика зарубежных стран.

Вполне очевидно, что за годы своей деятельности СК ООН и СО ООН превратились в организационный центр совершенствования и координации успешного функционирования как национальных, так и международных статистических служб.

1.3. Источники статистической информации

Статистическая информация — это:

- цифровые сведения в форме числовых рядов разнообразных величин, которые позволяют выявить определенные закономерности развития изучаемого явления, объекта или процесса;
- показатели, рассчитанные по совокупности предприятий, фирм, банков и других организаций, рынкам, географическим и административным территориям и т.д.

Основой сбора статистической информации выступает статистическое наблюдение.

Источники статистической информации можно объединить в две группы:

1) *внешние* источники: статистические публикации по экономике и отдельным отраслям отдельных стран, специализированных органов ООН, а также различных международных организаций;

2) *внутренние* источники: административные источники; банковские источники; таможенная статистика, данными которой располагает Федеральная таможенная служба.

При осуществлении внутристрановых исследований главным среди внутренних источников статистической информации выступает Федеральная служба государственной статистики.

Основные виды внутренней информации следующие:

- **бухгалтерская отчетность** — единая система данных об имущественном и финансовом положении организации и о результатах ее хозяйствен-

ной деятельности, составляемая на основе данных бухгалтерского учета по установленным формам;

- **статистическая отчетность предприятий**, составляемая по определенной программе на основании данных оперативного и бухгалтерского учета, которая позволяет вывести обобщенную оценку состояния и развития народного хозяйства, динамики социально-экономических процессов в стране или отдельных сферах народного хозяйства, применяя для этого специальные технологии наблюдения;

- **переписи, опросы и обследования населения.**

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение предмета статистики.
2. Почему статистика является общественной наукой?
3. В чем сущность метода статистики?
4. Назовите основные стадии статистического исследования.
5. Каковы функции статистики в современных условиях?
6. Какова организационная структура органов государственной статистики в Российской Федерации?
7. Какими правами обладает Федеральная служба государственной статистики РФ?
8. В чем заключается роль ООН для развития статистики?
9. Почему статистические публикации ООН наиболее важны при сравнительном анализе?
10. Каковы источники статистической информации?

Глава 2

СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ, СВОДКА И ГРУППИРОВКА ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ

После изучения главы 2 студент должен:

знать

- основные принципы организации и проведения статистического наблюдения;
- виды статистических группировок;
- принципы и методы обработки результатов статистического наблюдения;

уметь

- разрабатывать программу статистического наблюдения;
- проводить статистические обследования (опросы, анкетирование и пр.) и первичную обработку их результатов;
- обобщать и систематизировать полученные в ходе статистического наблюдения сведения;

владеть

- современными методами сбора экономических и социальных данных;
 - методами контроля данных наблюдения.
-

2.1. Статистическое наблюдение

Проведение статистического исследования невозможно без качественной информационной базы, получаемой в ходе статистического наблюдения. Наблюдение является одним из основных методов статистики.

Статистическое наблюдение — это массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной и экономической жизни, которое заключается в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Статистическое наблюдение выступает первым этапом статистического исследования. От достоверности и точности сведений, полученных в результате наблюдения, зависят правильность последующих выводов и эффективность прогнозирования.

Прежде чем начать статистическое наблюдение, требуется установить порядок его проведения. Для этого заранее разрабатывается подробный **план наблюдения**, который содержит программно-методологическую и организационную части (рис. 2.1).

В *программно-методологической части плана* должны быть определены цель и задачи наблюдения, объект и единицы, подлежащие обследованию, программа наблюдения.



Рис. 2.1. План статистического наблюдения

Целью наблюдения является сбор информации о социально-экономических процессах. Цель наблюдения определяется конкретными потребностями в статистических данных. Согласно цели определяют объект и единицу наблюдения.

Задача наблюдения — получение наиболее полной и достоверной информации за максимально короткий срок.

Объект наблюдения — это та совокупность, о которой должны быть собраны необходимые сведения (например, совокупность промышленных предприятий и т.д.). Необходимо четко определить его границы и существенные признаки. Например, перепись производственного оборудования предусматривает четкую классификацию оборудования (производственное, энергетическое и другие виды). Совокупность состоит из отдельных единиц.

Единицей наблюдения называется тот составной элемент объекта наблюдения, который является носителем признаков, подлежащих регистрации (предприятие, организация, семья и т.д.). Единицы наблюдения, как и объект в целом, обладают, как правило, множеством различных признаков. Все их учесть невозможно, поэтому необходимо определить главные.

Важную сторону статистического исследования составляет разработка программы статистического наблюдения.

Программа наблюдения — это перечень вопросов, по которым собираются сведения, либо перечень признаков и показателей, подлежащих регистрации. Вопросы программы содержатся в статистических формулярах, имеющих форму анкеты, опросного листа или бланка. Правильно ответить на вопросы помогает инструкция, содержащая пояснения и указания к программе наблюдений. Часто в формулировку вопросов включается так называемый подсказ, т.е. варианты возможных ответов.

Основные *принципы составления программы наблюдения* следующие.

1. Программа должна содержать только те вопросы, которые безусловно необходимы для данного статистического исследования. Не следует перегружать программу излишними деталями.

2. В программу следует включать только те вопросы, на которые можно получить точные ответы.

3. Не следует включать в программу вопросы, вызывающие подозрение, что ответы на них могут быть использованы во вред опрашиваемым.

4. Программу наблюдения целесообразно строить так, чтобы ответы на одни вопросы позволяли контролировать ответы на другие.

Для успешной организации наблюдения и полноты охвата совокупности разрабатывается организационный план обследования.

Организационная часть плана определяет субъект, место, время, формы и способы наблюдения.

Определить **субъект наблюдения** — это значит установить, какой орган будет осуществлять наблюдение.

Местом наблюдения считают пункт, где непосредственно регистрируются признаки единиц совокупности в формулярах.

Время наблюдения разделяют на объективное и субъективное. *Объективным* называют время, к которому относятся данные наблюдения. Это определенный момент или период времени. Например, производство видов продукции учитывается за определенный период, а наличие жилищного фонда — на определенную дату. Момент времени, на который проводится регистрация признаков, называется *критическим*. Период, на протяжении которого регистрируются признаки объекта наблюдения, называется *субъективным* временем.

Например, Всероссийская перепись населения 2010 г. проводилась в период с 14 по 25 октября по состоянию на 0 часов 14 октября 2010 г. Критическое время — 0 ч 14 октября 2010 г. (это объективное время). Признаки объекта наблюдения регистрировались в период с 14 по 25 октября — это субъективное время.

Если срок представления месячного отчета до 5 февраля, то субъективное время (время составления отчета) будет с 1 по 5 февраля, а объективное — один месяц.

Достаточно подробно рассматриваются необходимые организационно-хозяйственные мероприятия, в частности *кадровое обеспечение*.

Кроме того, важным вопросом организационного плана является *организация сбора данных и технология их обработки*.

Статистическое наблюдение можно классифицировать по различным признакам.

Организационные формы статистического наблюдения представлены на рис. 2.2.

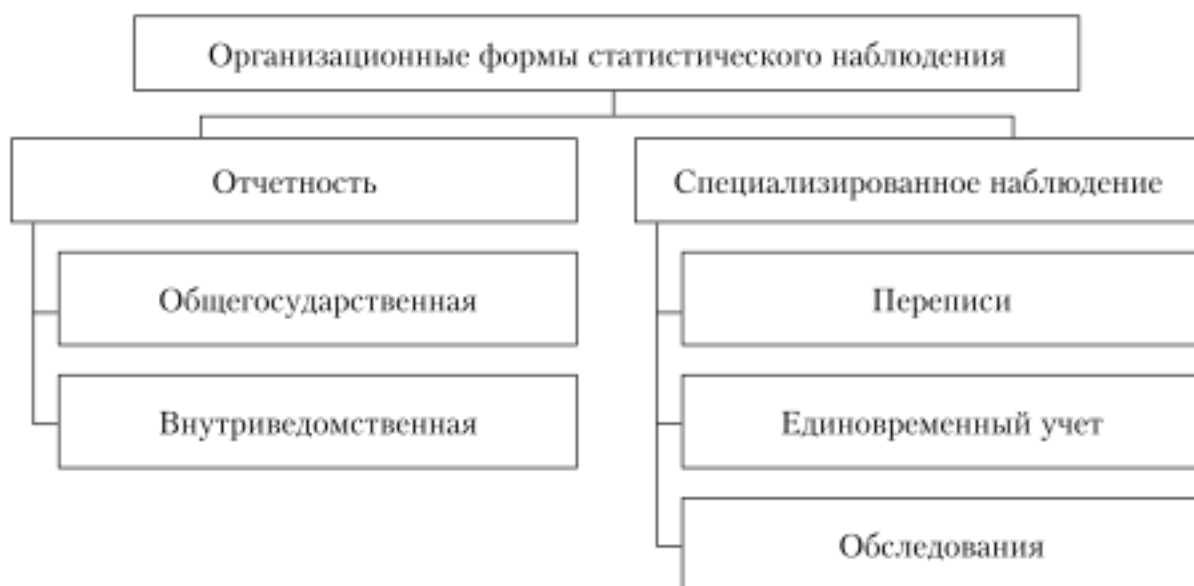


Рис. 2.2. Организационные формы статистического наблюдения

Отчетностью называют такую организационную форму статистического наблюдения, при которой сведения поступают в статистические органы от предприятий, учреждений и организаций в виде обязательных отчетов об их деятельности.

Действующую статистическую отчетность делят на типовую и специализированную. Типовая отчетность имеет одинаковую форму и содержание для всех предприятий либо учреждений отрасли народного хозяйства. Специализированная отчетность выражает специфические для отдельных предприятий отрасли моменты.

По срокам представления отчетность подразделяется на годовую и текущую: квартальную, месячную, двухнедельную, недельную.

Специально организованное статистическое наблюдение представляет собой наблюдение, организуемое с какой-либо особой целью для получения данных, которые в силу тех или иных причин не собираются посредством отчетности, или для проверки, уточнения данных отчетности.

Перепись (населения, материальных ресурсов, оборудования и т.д.) — специально организованное наблюдение, повторяющееся, как правило, через равные промежутки времени, с целью получения данных о численности, составе и состоянии объекта статистического наблюдения по ряду признаков.

Единовременный учет определяет численность и размещение изучаемого объекта.

Специальное статистическое обследование организуется, когда требуется дополнительная детализация тех или иных показателей. Оно носит наиболее выборочный характер.

Указанные организационные формы статистического наблюдения, будучи взаимодополняющими, необходимы для всестороннего исследования общественных и экономических явлений.

Необходимость выбора того или иного варианта сбора статистических данных, в наибольшей мере соответствующего условиям решаемой задачи, определяется наличием нескольких видов наблюдения, различающихся по признаку характера учета фактов во времени и по признаку полноты охвата совокупности.

На рис. 2.3 представлены виды статистического наблюдения.

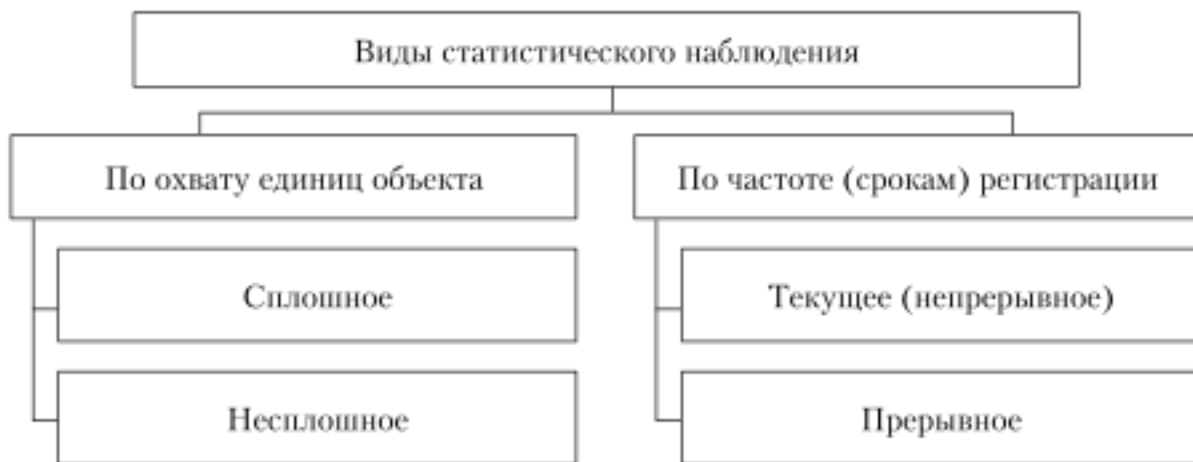


Рис. 2.3. Виды статистического наблюдения

Сплошным называется такое наблюдение, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы изучаемой совокупности (объекта наблюдения). Примером такого наблюдения являются переписи, при которых по основной программе обследованию подлежит все без исключения население страны.

Несплошное — это такое наблюдение, при котором обследованию подвергаются не все единицы совокупности, а только часть их. В статистической практике применяется несколько видов несплошного наблюдения:

- *выборочное наблюдение* — наблюдение, основанное на принципе случайного отбора тех единиц изучаемой совокупности, которые должны быть подвергнуты наблюдению;

- *монографическое обследование* — детальное, глубокое изучение и описание отдельных, характерных в каком-либо отношении единиц совокупности. Монографическое обследование проводится с целью выявления имеющихся или намечающихся тенденций в развитии явления, для выявления имеющихся резервов, изучения опыта отдельных субъектов рыночной экономики и т.п.;

- *анкетное наблюдение* — это вид несплошного наблюдения и одновременно — способ получения информации. Оно состоит в том, что разработанная анкета распространяется в определенном круге лиц и после заполнения возвращается статистическим (или другим) органам. Поскольку заполнение анкет носит чисто добровольный характер, то из числа разосланных возвращается только часть. Поэтому этот способ является одним из видов несплошного наблюдения;

- *метод моментных наблюдений* — информация собирается путем регистрации значений признаков у единиц выборочной совокупности в некоторые заранее определенные моменты времени. Поэтому метод моментных наблюдений предполагает отбор не только единиц исследуемой совокупности (выборку в пространстве), но и моментов времени, в которые проводится регистрация исследуемого (выборка во времени);

- *метод основного массива* — обследованию подвергаются наиболее крупные единицы, которые, вместе взятые, имеют преобладающий удельный вес в совокупности по основному для данного исследования признаку (признакам). Часть совокупности, о которой заведомо известно, что она не играет большой роли в характеристике совокупности, исключается из наблюдения. Например, цены на продовольственных рынках могут регистрироваться лишь в крупных городах, где проживает большая часть населения России;

- и др.

По частоте (срокам регистрации) наблюдение может быть непрерывным (текущим) и прерывным. Последнее, в свою очередь, подразделяется на периодическое и единовременное.

Текущим называют такое наблюдение, которое ведется непрерывно, и регистрация фактов производится по мере их свершения. Пример такого наблюдения — регистрация актов гражданского состояния: рождений, смертей, браков, разводов.

Периодическое — это наблюдение, которое повторяется через определенные, равные промежутки времени. Таковым является, в частности, ежеквартальное представление финансовых отчетов в налоговые службы.

Единовременным называется такое наблюдение, которое проводится по мере необходимости, время от времени, без соблюдения строгой периодичности или вообще проводится один раз и больше не повторяется. Примером такого рода наблюдения может служить учет товарных остатков и денежной наличности на момент денежной реформы.

По источникам сведений различают непосредственное наблюдение, документальный способ и опрос (рис. 2.4).

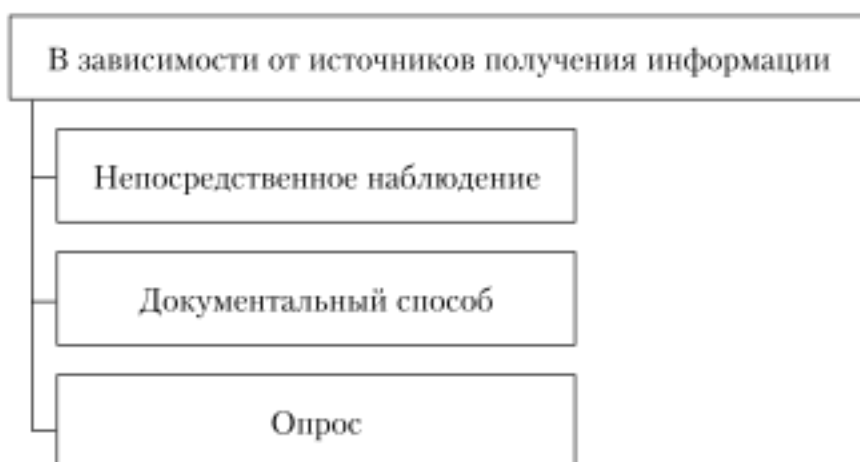


Рис. 2.4. Классификация статистического наблюдения в зависимости от источников получения информации

Непосредственным называют такое наблюдение, при котором сами регистраторы путем непосредственного замера, взвешивания или подсчета устанавливают факт и на этом основании производят запись в формуляре наблюдения.

Документальный способ наблюдения предполагает запись ответов на вопросы формуляра на основании соответствующих документов.

Опрос — это наблюдение, при котором ответы на вопросы формуляра наблюдения записываются со слов опрашиваемого.

Способы сбора сведений, применяемые в статистике, представлены на рис. 2.5.



Рис. 2.5. Способы сбора сведений

Сущность **отчетного** способа заключается в представлении предприятиями, учреждениями и организациями статистических отчетов о своей деятельности в строго обязательном порядке.

Экспедиционный способ наблюдения заключается в том, что специально подготовленные регистраторы посещают каждую единицу наблюдения и сами заполняют формуляр наблюдения. Этим способом собираются сведения при переписях населения.

Саморегистрация состоит в том, что работники статистических органов раздают опросные бланки опрашиваемым лицам, инструктируют их. Формуляры заполняют сами опрашиваемые. В назначенный день специально подготовленный работник посещает обследуемое лицо, получает заполненный бланк и проверяет полноту и правильность ответов. Способ саморегистрации применяется органами статистики, например, для изучения так называемой маятниковой миграции — передвижения населения от места жительства до места работы и обратно.

Сущность **корреспондентского** способа наблюдения заключается в том, что статистические органы договариваются с определенными лицами, которые берут на себя обязательство вести наблюдение за какими-либо явлениями, процессами и в установленные сроки сообщать результаты наблюдений статистическим органам. В него входит, например, изучение спроса населения на различные товары.

При любом статистическом наблюдении могут возникнуть ошибки. Ошибки наблюдения могут возникнуть по разным причинам.

Точностью статистического наблюдения называют степень соответствия значения какого-либо признака, найденного посредством статистического наблюдения, действительному его значению.

Расхождения между установленными статистическим наблюдением и действительными значениями изучаемых величин называются **ошибками наблюдения**.

В зависимости от характера, степени влияния на окончательные результаты наблюдения, источников и причин возникновения неточностей различают несколько типов ошибок наблюдения (рис. 2.6).

Ошибки статистического наблюдения могут быть разбиты на две группы:

- 1) ошибки регистрации;
- 2) ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации образуются вследствие неправильного установления фактов в процессе наблюдения, или ошибочной их записи, или того и другого вместе. Они возможны как при сплошном, так и при несплошном наблюдении. Ошибки регистрации делятся на случайные и систематические.

Случайными называют ошибки регистрации, которые возникают вследствие различных случайных причин (усталость, невниманье, низкая квалификация работника и т.д.).

Систематические ошибки регистрации возникают под действием определенных причин. В каждом случае они действуют в одном и том же направлении и приводят к серьезным искажениям общих результатов статистического наблюдения.

Систематические ошибки могут быть преднамеренными и непреднамеренными.



Рис. 2.6. Ошибки статистического наблюдения

Непреднамеренные ошибки совершаются неумышленно. Примером таких ошибок при переписи населения могут служить случаи округления возраста населения, как правило, на цифрах, оканчивающихся на 5 и особенно — на 0.

Преднамеренные ошибки возникают в результате умышленного искажения фактов. Все преднамеренные ошибки относятся к разряду систематических.

Ошибкой репрезентативности называется отклонение величины изучаемого признака в отобранной для обследования части совокупности от его величины во всей совокупности. Возникают эти ошибки потому, что отобранная и обследованная совокупность недостаточно точно воспроизводит (репрезентирует) всю исходную совокупность в целом.

Ошибки репрезентативности свойственны только несплошному наблюдению.

Случайные ошибки репрезентативности возникают в силу того, что совокупность отобранных на основе принципа случайности единиц наблюдения неполно воспроизводит совокупность в целом. Величина этой ошибки может быть оценена.

Систематические ошибки репрезентативности возникают вследствие нарушения принципов отбора единиц из исходной совокупности, которые должны быть подвергнуты наблюдению. Размеры этих ошибок обычно не поддаются количественному измерению.

Чтобы устранить обнаруженные ошибки в материалах статистического наблюдения, производится контроль собранных данных.

Проверка осуществляется с точки зрения:

- полноты охвата объекта наблюдением;
- качества заполнения формуляров и других документов наблюдения.

В последнем случае различают два вида контроля: логический и арифметический.

При контроле **полноты охвата объекта наблюдения** устанавливается, от всех ли единиц совокупности, подлежащих наблюдению, получены данные. Например, по истечении срока представления отчетности предприятиями города следует проверить, от всех ли подотчетных единиц наблюдения поступили необходимые данные. Если обнаружена неполнота охвата объектом наблюдением, дальнейшие действия зависят от того, представляется возможным восполнение пробелов или нет.

Логический контроль состоит в сопоставлении между собой ответов на вопросы формуляра наблюдения и выяснения их логической совместности. При обнаружении логически несовместимых ответов пытаются путем дальнейших сопоставлений с ответами на другие вопросы или каким-либо иным путем установить, какой из ответов является неправильным.

Счетный, или арифметический, контроль заключается в проверке точности арифметических расчетов, применявшихся при составлении отчетности или заполнении формуляров статистического наблюдения.

2.2. Сводка и группировка данных статистического наблюдения

В результате проведения статистического наблюдения получают массивы данных, содержащие сведения о признаках каждой обследованной единицы статистической совокупности. Однако целью статистического исследования является не получение характеристик единиц совокупности, а изучение совокупности в целом. Для этого необходимо обобщить и систематизировать полученные в ходе статистического наблюдения сведения.

Таким образом, после проведения статистического наблюдения, являющегося первым этапом статистического исследования, переходят ко второму этапу — этапу сводки и группировки статистических данных. Основной задачей данного этапа является получение полной и всесторонней характеристики как совокупности в целом, так и отдельных ее частей и представление полученной информации об изучаемой совокупности в удобной для пользователей форме.

Статистическая сводка — систематизация единичных фактов, позволяющая перейти к обобщающим показателям, относящимся ко всей изучаемой совокупности и ее частям, и осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых явлений и процессов.

Сводка может быть простой или сложной.

Простая сводка — это операция подсчета общих итогов по совокупности единиц наблюдения и оформление этого материала в таблицах. Простая сводка проводится без распределения полученных сведений на группы.

Сложная сводка — это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов в виде статистических таблиц.

Полнота, обоснованность и достоверность результатов сводки обеспечивается программой и планом ее проведения.

Проведение сводки обязательно включает следующие этапы:

- выбор группировочного признака;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

По форме обработки материала статистическая сводка бывает:

централизованной – это способ организации сводки статистических данных, при котором весь первичный материал поступает в одну организацию, подвергается в ней обработке от начала до конца;

децентрализованной – это способ организации сводки статистических данных, при котором обобщение материала осуществляется снизу доверху по иерархической лестнице управления, подвергаясь на каждом уровне соответствующей обработке, т.е. отчеты предприятий сводятся статистическими органами субъектов РФ, а полученные итоги поступают в Федеральную службу государственной статистики и там определяются итоговые показатели в целом по народному хозяйству страны.

По технике выполнения статистическая сводка бывает:

- *механизованная* (с использованием электронно-вычислительной техники);
- *ручная*.

Группировкой называется расчленение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным существенным для них признакам. Например, признак квалификации продавцов представлен тремя категориями: первой, второй, третьей. При расчленении совокупности продавцов по этому признаку получают группы работников по квалификации. Их можно дифференцировать и по стажу работы. Однако и здесь, систематизировав всю численность продавцов по признаку стажа работы, их можно объединить в отдельные группы, например с пятилетним интервалом: до 5 лет, от 5 до 10 и т.д.

Виды группировок представлены на рис. 2.7.



Рис. 2.7. Виды группировок

По задачам систематизации данных различают следующие виды группировок.

1. *Типологические* — предназначены для выявления качественно однородных групп совокупностей, т.е. объектов, близких друг к другу по всем группировочным признакам, т.е. типологические группировки служат для характеристики социально-экономических типов.

2. *Структурные* — характеризуют структуру совокупности по какому-либо одному признаку.

3. *Аналитические* — предназначены для выявления зависимости между признаками.

Примером типологической группировки может служить группировка стран по уровню социально-экономического развития (развитые страны, развивающиеся страны, страны с переходной экономикой), группировка предприятий по формам собственности, по отраслям экономики, социальные группы населения и т.д. Пример такой группировки представлен в табл. 2.1.

Таблица 2.1

**Индексы производительности труда в экономике РФ в 2013 г.
(в % к предыдущему году)**

Отрасль	Значение индекса
Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство	106,0
Рыболовство, рыбоводство	103,2
Добыча полезных ископаемых	96,9
Обрабатывающие производства	105,5
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	99,2
Строительство	98,3
Оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования	100,1
Гостиницы и рестораны	101,9
Транспорт и связь	103,6
Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	101,8

Источник: официальный сайт ФСТС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/efficiency/#.

Примером структурной группировки может служить группировка обязательств предприятия по степени срочности их оплаты, состав товарооборота по товарным группам и др. В качестве примеров структурной группировки приведем структурную группировку денежных доходов населения по основным источникам их формирования (табл. 2.2) и группировку населения по возрастным группам (табл. 2.3)

Таблица 2.2

Структура денежных доходов населения по основным источникам их формирования в целом по России за 2013 г. (в % к итогу)

Денежные доходы – всего	В том числе				
	доходы от предпринимательской деятельности	оплата труда	социальные выплаты	доходы от собственности	другие доходы (включая скрытую заработную плату)
100,0	8,6	41,4	18,6	5,5	25,9

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/bednost/tab1/1-1-2.htm.

Таблица 2.3

Распределение населения РФ по возрастным группам (на 1 января 2014 г.), тыс. чел.

Возрастные группы	Численность
Все население	143 667
в том числе в возрасте, лет:	
0–4	8899
5–9	7662
10–14	6823
15–19	6956
20–24	9971
25–29	12 522
30–34	11 661
35–39	10 614
40–44	9751
45–49	9187
50–54	11 184
55–59	10 634
60–64	8948
65–69	5269
70 и более	13 587

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#.

Явления и процессы, происходящие в общественной жизни, взаимосвязаны, взаимозависимы, взаимообусловлены. Некоторые из них между собой связаны непосредственно, другие – косвенно. При проведении фактор-

ного анализа необходимо строить аналитические группировки, когда перед исследователями ставится задача выявить связи между двумя признаками (например, как зависит производительность труда от фондовооруженности или как зависит доходность акций компании от среднерыночной доходности). При изучении взаимосвязей тот показатель, который рассматривается как результат действия одной или нескольких причин и выступает в качестве объекта исследования, называется **результативным показателем**. Показатели, определяющие поведение результативного показателя, называются **факторными**. Например, при изучении зависимости производительности труда от фондовооруженности производительность труда выступает в качестве результативного показателя, а фондовооруженность — в качестве факторного показателя.

Пример аналитической группировки приведен в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Характеристика зависимости рентабельности активов от продолжительности оборота активов предприятия

Продолжительность оборота активов, дни	83	76	72	68	62	59
Рентабельность активов, %	14,2	15,7	20,3	28,3	27,0	33,2

В данном примере продолжительность оборота активов — факторный показатель, рентабельность активов — результативный показатель.

Группировка первичных данных может осуществляться по одному или нескольким признакам.

По числу группировочных признаков различают:

- *простые* группировки — группировка проводится по одному признаку;
- *сложные* группировки — группировка проводится по двум или более признакам.

В случае простой группировки из множества признаков, описывающих объект, отбирается один, наиболее информативный с точки зрения исследователя, и производится группировка в соответствии со значениями данного признака. Примером простой группировки может служить распределение населения на группы по одному признаку — величине среднедушевых денежных доходов (табл. 2.5).

Таблица 2.5

Распределение населения РФ на группы по величине среднедушевых денежных доходов в 2014 г., %

Величина среднедушевых денежных доходов	Доля
Все население	100
в том числе со среднедушевыми денежными доходами в месяц, руб.:	
до 5000,0	3,3

Окончание табл. 2.5

Величина среднедушевых денежных доходов	Доля
от 5000,1 до 7000,0	4,8
от 7000,1 до 9000,0	6,1
от 9000,1 до 12 000,0	10,0
от 12 000,1 до 15 000,0	9,9
от 15 000,1 до 20 000,0	14,4
от 20 000,1 до 25 000,0	11,4
от 25 000,1 до 30 000,0	8,8
от 30 000,1 до 35 000,0	6,7
от 35 000,1 до 40 000,0	5,1
от 40 000,1 до 50 000,0	7,0
от 50 000,1 до 60 000,0	4,2
свыше 60 000,0	8,3

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/level/#.

В сложных группировках выделяют:

- *комбинационные* группировки — строятся путем разбивки каждой группы на подгруппы в соответствии с дополнительными признаками;
- *многомерные* группировки — проводятся не последовательно по отдельным признакам, а одновременно по большому числу признаков. Данные группировки строятся с помощью специальных алгоритмов. Каждому признаку придается смысл координаты. Если в наборе n признаков, то каждый объект рассматривается как точка в n -мерном пространстве, и задача сводится к выделению сгущений точек в этом пространстве. Нахождение этих групп осуществляется методами кластерного анализа. Простейшим вариантом многомерной классификации является группировка на основе многомерных средних.

Если требуется провести классификацию по нескольким признакам, ранжированным между собой по степени важности, строятся комбинационные группировки. Для этого сначала производится группировка по первому признаку, затем каждая из полученных групп разбивается на подгруппы по второму признаку и т.д.

Комбинационные группировки бывают произвольные и иерархические. В произвольной группировке очередность разбиения совокупности на группы выбирается произвольно. Примером произвольной комбинационной группировки может служить табл. 2.6.

В иерархической группировке порядок разбиения совокупности по признакам четко определен и диктуется самой логикой изучаемой совокупности. Примером иерархической группировки может служить группировка институциональных единиц по секторам экономики (табл. 2.7).

Таблица 2.6

Уровень средней заработной платы педагогических работников дошкольных образовательных учреждений в организациях государственной и муниципальной форм собственности по субъектам РФ за январь – март 2015 г.

Регион	Средняя заработная плата, руб.			
	Всего	В том числе по формам собственности организаций:		
		федеральная	субъектов РФ	муниципальная
Российская Федерация	24 513	20 663	35 306	23 894
Центральный федеральный округ	25 128	23 544	27 265	25 134
Северо-Западный федеральный округ	31 304	26 237	39 667	26 764
Южный федеральный округ	19 484	16 735	18 749	19 493
Северо-Кавказский федеральный округ	16 832	18 229	17 766	16 784
Приволжский федеральный округ	20 789	17 287	21 571	20 760
Уральский федеральный округ	28 649	20 711	31 878	28 660
Сибирский федеральный округ	23 795	19 552	23 616	23 818
Дальневосточный федеральный округ	35 297	28 980	43 975	35 344
Крымский федеральный округ	18 217	18 884	... ¹⁾	17 942

¹⁾ Данные не публикуются в целях обеспечения конфиденциальности первичных статистических данных, полученных от единственных организаций в соответствующей сфере деятельности в отдельных субъектах РФ в соответствии с Федеральным законом «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации» (ст. 4, 9).

Источник: официальный сайт ФСТС. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/trud/itog_monitor/itog-monitor1-15.html.

Таблица 2.7

Группировка институциональных единиц по секторам экономики

Код	Наименование
S.1	Экономика в целом
S.11	Нефинансовые корпорации
S.111	Государственные нефинансовые корпорации

Код	Наименование
S.112	Национальные частные нефинансовые корпорации
S.113	Нефинансовые корпорации под иностранным контролем
S.12	Финансовые корпорации
S.121	Банк России
S.122	Другие депозитные корпорации
S.1221	Государственные депозитные корпорации
S.1222	Национальные частные депозитные корпорации
S.1223	Депозитные корпорации под иностранным контролем
S.123	Другие финансовые посредники (кроме страховых корпораций и негосударственных пенсионных фондов)
S.1231	Государственные
S.1232	Национальные частные
S.1233	Под иностранным контролем
S.124	Вспомогательные финансовые организации
S.125	Страховые корпорации и негосударственные пенсионные фонды
S.1251	Государственные страховые корпорации
S.1252	Национальные частные страховые корпорации и негосударственные пенсионные фонды
S.1253	Страховые корпорации и негосударственные пенсионные фонды под иностранным контролем
S.13	Государственное управление
S.131	Федеральные органы государственной власти и управления
S.132	Органы государственной власти и управления субъектов Федерации
S.133	Органы местного самоуправления
S.134	Фонды государственного социального обеспечения
S.14	Домашние хозяйства
S.15	Некоммерческие организации, обслуживающие домашние хозяйства
S.2	ОСТАЛЬНЫЙ МИР
S.21	Содружество независимых государств
S.22	Дальнее зарубежье

Источник: КИЕС – Классификатор институциональных единиц по секторам экономики (с учетом изменений 1/2007, 2/2008 и 3/2011).

Наиболее простым методом многомерной группировки, применяемым в тех случаях, когда не представляется возможным упорядочить группировочные признаки, является создание интегрального показателя (индекса),

функционально зависящего от исходных признаков, с последующей классификацией по этому показателю. Развитием этого подхода является вариант классификации по нескольким обобщающим показателям (главным компонентам), полученным с помощью методов факторного или компонентного анализа.

При наличии нескольких признаков (исходных или обобщенных) задача группировки может быть решена методами кластерного анализа.

Рассмотрим *основные понятия кластерного анализа*.

На первом этапе должна быть сформулирована цель работы. Далее необходимо определить критерии качества, целевую функцию, значения которой позволят сопоставить различные схемы группировки. В экономических исследованиях целевая функция, как правило, должна минимизировать некоторый параметр, определенный на множестве объектов (например, целью классифицировать оборудование может явиться группировка, минимизирующая совокупность затрат времени и средств на ремонтные работы).

Не во всех случаях удастся формализовать цель задачи. Тогда критерием качества группировки может служить возможность содержательной интерпретации найденных групп.

Предположим, что исследуемая совокупность состоит из n объектов. Каждый из объектов характеризуется k признаками. Нашей задачей является разделение исследуемой совокупности на однородные в некотором смысле группы. При этом практически отсутствует априорная информация о характере распределения измерений признаков внутри групп. Группы, которые будут получены в результате разбиения, называют **кластерами**, а методы нахождения этих групп — **кластерным анализом**.

Исходные данные в задачах кластерного анализа представляются в виде матрицы

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}.$$

Каждая строка данной матрицы представляет собой результат измерений k рассматриваемых признаков на одном из обследованных объектов. Таким образом, количество строк данной матрицы равно числу объектов совокупности (n), количество столбцов равно числу наблюдаемых признаков.

Исходная информация наряду с заданием матрицы X может быть задана в виде матрицы расстояний (или близостей):

$$R = (r_{ij}), i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Каждый элемент матрицы близостей (r_{ij}) определяет степень близости объекта совокупности i к объекту совокупности j .

Отметим, что в большинстве алгоритмов кластерного анализа исходят из матрицы близостей. Поэтому если данные исследования представлены в виде матрицы X , то первым этапом поиска кластеров будет выбор способа вычисления расстояний (близостей) между объектами совокупности. В каждом случае выбор производится по-своему и зависит от цели исследования, физической и статистической природы вектора наблюдений X_i (вектором наблюдений назовем строку матрицы X), априорных сведений о характере распределения X . Выбор меры близости является узловым моментом исследования, так как от него в основном зависит окончательный вариант разбиения объектов на классы.

Наиболее широкое распространение в задачах кластерного анализа получили следующие меры расстояния (близости).

1. *Обычное евклидово расстояние*, использование которого оправдано в следующих случаях:

а) наблюдения берутся из генеральной совокупности, имеющей многомерное нормальное распределение с ковариационной матрицей вида $\sigma^2 E_k$ (E_k — единичная матрица), т.е. компоненты X взаимно независимы и имеют одну и ту же дисперсию;

б) компоненты вектора наблюдений X_i однородны по физическому смыслу и одинаково важны для классификации;

в) признаковое пространство совпадает с геометрическим пространством.

Расстояние между объектами совокупности в данном случае вычисляется по формуле

$$\rho_E(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^k (x_{il} - x_{jl})^2},$$

где x_{il} , x_{jl} — величины компоненты l (наблюдаемого признака) у объектов i и j соответственно, $i, j = 1, 2, \dots, n$.

В случае, когда наблюдаемые признаки измеряются в разных единицах, евклидово пространство, естественное с геометрической точки зрения, с точки зрения содержательной интерпретации оказывается бессмысленным. В этих случаях прибегают к нормированию каждого признака путем деления центрированной величины на среднее квадратическое отклонение и переходят от матрицы X к нормированной матрице, элементы которой вычисляются по формуле

$$t_{il} = \frac{x_{il} - \bar{x}_l}{\sigma_l},$$

где x_{il} — значение признака l у объекта i ; \bar{x}_l — среднее значение признака l ; σ_l — среднее квадратическое отклонение признака l , определяемое по формуле

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{il} - \bar{x}_l)^2}, \quad l = 1, \dots, k.$$

Подробно понятие и методика расчета среднего квадратического (стандартного) отклонения будут рассмотрены в гл. 5 учебника.

Отметим, что если кластеры хорошо разделены по одному признаку и не разделены по другому, то после нормирования дискриминирующие возможности первого признака будут уменьшены в связи с увеличением «шумового» эффекта второго, и операция нормирования приведет к нежелательным последствиям.

2. *Взвешенное евклидово расстояние*, которое применяется в случаях, когда каждой компоненте x_l ($l = 1, 2, \dots, k$) вектора наблюдений X_i можно задать некоторый весовой коэффициент ω_l , пропорциональный степени важности признака в задаче классификации. Обычно весовой коэффициент принимает значения от нуля до единицы. Определение весовых коэффициентов, как правило, связано с дополнительными исследованиями.

Расстояние между объектами совокупности в данном случае вычисляется по формуле

$$\rho_{BE}(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^k \omega_l (x_{il} - x_{jl})^2}, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

3. *Хеммингово расстояние* используется как мера различия объектов, задаваемых дихотомическими (альтернативными) признаками. Расстояние между объектами совокупности в данном случае равно числу несовпадений значений соответствующих признаков в рассматриваемых i -м и j -м объектах и вычисляется по формуле

$$\rho_H(x_i, x_j) = \sum_{l=1}^k |x_{il} - x_{jl}|, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

В некоторых задачах классификации объектов в качестве меры близости объектов можно использовать физические содержательные параметры, так или иначе характеризующие взаимоотношения между объектами. В качестве примера можно привести задачу классификации отраслей народного хозяйства с целью агрегирования, решаемую на основе матрицы межотраслевого баланса. Объектом классификации в данной задаче является отрасль народного хозяйства. Матрица межотраслевого баланса представлена элементами a_{ij} , характеризующими затраты продукции отрасли i на производство продукции отрасли j . В качестве меры близости (r_{ij}) принимают симметризованную нормированную матрицу межотраслевого баланса. С целью нормирования денежное выражение поставок i -й отрасли в j -ю заменяют долей этих поставок по отношению ко всем поставкам i -й отрасли. Симметризацию же нормированной матрицы межотраслевого баланса можно проводить, выразив близость между i -й и j -й отраслями через среднее значение из взаимных поставок, так что в этом случае $r_{ij} = r_{ji}$ [15].

Как правило, решение задач классификации многомерных данных предусматривает в качестве предварительного этапа исследования реализацию методов, которые позволяют выбрать из компонент x_1, x_2, \dots, x_k наблюдаемых векторов X_i сравнительно небольшое число наиболее существенно информативных и тем самым уменьшить размерность наблюдаемого пространства.

В ряде процедур классификации (кластер-процедур) используют понятия расстояния между группами объектов и меры близости двух групп объектов.

Пусть S_i — i -я группа (класс, кластер), состоящая из n_i объектов; \bar{x}_i — среднее арифметическое векторных наблюдений группы S_i , т.е. «центр тяжести» i -й группы; $\rho(S_l, S_m)$ — расстояние между группами S_l и S_m .

Наиболее часто употребляются следующие расстояния и меры близости между классами объектов:

- расстояние, измеряемое по принципу «ближайшего соседа»,

$$\rho_{\min}(S_l, S_m) = \min_{x_i \in S_l, x_j \in S_m} \rho(x_i, x_j);$$

- расстояние, измеряемое по принципу «дальнего соседа»,

$$\rho_{\max}(S_l, S_m) = \max_{x_i \in S_l, x_j \in S_m} \rho(x_i, x_j);$$

- расстояние, измеряемое по «центрам тяжести» групп:

$$\rho_{\text{цт}}(S_l, S_m) = \rho(\bar{x}_l, \bar{x}_m);$$

- расстояние, измеряемое по принципу «средней связи»,

$$\rho_{\text{ср}}(S_l, S_m) = \frac{1}{n_l n_m} \sum_{x_i \in S_l} \sum_{x_j \in S_m} \rho(x_i, x_j).$$

Академик А. Н. Колмогоров предложил «обобщенное расстояние» между классами, включающее в себя в качестве частных случаев все рассмотренные выше виды расстояний.

Расстояния между группами элементов особенно важно в так называемых агломеративных иерархических кластер-процедурах, так как принцип работы таких алгоритмов состоит в последовательном объединении элементов, а затем и целых групп, сначала самых близких, а затем все более и более отдаленных друг от друга.

При этом расстояние между классом S_l и классом $S_{(m, q)}$, являющимся объединением двух других классов S_m и S_q , можно определить по формуле

$$\rho_{l, (m, q)} = \rho(S_l, S_{(m, q)}) = \alpha \rho_{lm} + \beta \rho_{lq} + \gamma \rho_{mq} + \delta (\rho_{lm} - \rho_{lq}), \quad (2.1)$$

где $\rho_{lm} = \rho(S_l, S_m)$, $\rho_{lq} = \rho(S_l, S_q)$, $\rho_{mq} = \rho(S_m, S_q)$ — расстояния между классами S_l , S_m и S_q ; α , β , δ и γ — числовые коэффициенты, значения которых определяют специфику процедуры, ее алгоритм.

Например, при $\alpha = \beta = -\delta = 1/2$ и $\gamma = 0$ приходим к расстоянию, построенному по принципу «ближайшего соседа»; при $\alpha = \beta = \delta = 1/2$ и $\gamma = 0$ расстояние между классами определяется по принципу «дальнего соседа», т.е. как расстояние между двумя самыми дальними элементами этих классов;

при $\alpha = \frac{n_m}{n_m + n_q}$; $\beta = \frac{n_q}{n_m + n_q}$; $\gamma = \delta = 0$ расстояние между классами определя-

ется как $\rho_{\text{ср}}$, вычисленное как среднее из расстояний между всеми парами элементов, один из которых берется из одного класса, а другой — из другого.

Существуют различные способы разбиения заданной совокупности элементов на классы. Для того чтобы определить сравнительное качество различных способов разбиения заданной совокупности элементов на классы, т.е. определить тот количественный критерий, следуя которому можно было бы предпочесть одно разбиение другому, в постановку задачи кластерного анализа часто вводится понятие так называемого функционала качества разбиения, определенного на множестве всех возможных разбиений. Отметим, что существует много разновидностей функционалов качества кластеризации (например, в качестве функционала качества может быть принята сумма («взвешенная») внутриклассовых дисперсий, сумма попарных внутриклассовых расстояний между элементами и др.). Выбор того или иного функционала качества, как правило, осуществляется весьма произвольно и опирается на эмпирические соображения. Наилучшим разбиением считается такое, которое обеспечивает экстремум выбранного функционала качества.

Наиболее распространенными алгоритмами кластерного анализа являются иерархические процедуры, которые бывают двух типов: агломеративные и дивизимные. В агломеративных процедурах начальным является разбиение, состоящее из n одноэлементных классов, а конечным — из одного класса; в дивизимных — наоборот.

Принцип работы иерархических агломеративных (дивизимных) процедур состоит в последовательном объединении (разделении) групп элементов сначала самых близких (далеких), а затем все более отдаленных (близких) друг от друга. Большинство этих алгоритмов исходит из матрицы расстояний (сходства).

Большинство программ, которые реализуют алгоритм иерархической классификации, предусматривают графическое представление результатов классификации в виде дендрограммы.

Под **дендрограммой** обычно понимается дерево, т.е. граф без циклов, построенный по матрице мер близости. Дендрограмма позволяет изобразить взаимные связи между объектами из заданного множества. В работах по кластерному анализу описан довольно внушительный ряд способов построения дендрограмм, в частности метод «ближайшего соседа», метод «дальнего соседа», метод «средней связи», центроидный метод, метод Уорда.

Пример 2.1. Исследуемая совокупность состоит из шести ($n = 6$) объектов. Каждый из объектов характеризуется двумя ($k = 2$) признаками. Нашей задачей является разделение исследуемой совокупности на однородные группы.

Номер объекта	Номер признака	
	1	2
1	6	8
2	7	10
3	6	11
4	12	8
5	13	8
6	12	6

Решение

Изобразим данные объекты на плоскости. По оси абсцисс отложим значение признака 1, по оси ординат – значение признака 2. Таким образом, на плоскости представлены шесть точек, соответствующие шести объектам наблюдения (рис. 2.8).

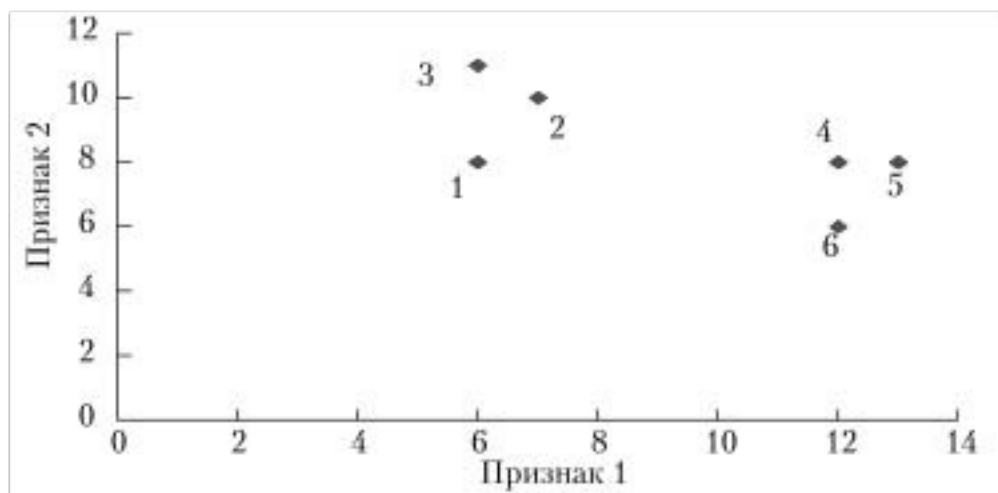


Рис. 2.8. Расположение объектов на плоскости

При классификации объектов используем агломеративный иерархический алгоритм кластерного анализа.

В качестве меры близости (расстояния) между объектами совокупности будем использовать обычное евклидово расстояние $\rho_E(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^k (x_{il} - x_{jl})^2}$, $k = 2$ (число признаков), $i, j = 1, 2, \dots, 6$ (номер объекта).

Рассчитаем расстояния:

$$\text{между объектами 1 и 2: } \rho_{1,2} = \sqrt{(6-7)^2 + (8-10)^2} = 2,24;$$

$$\text{между объектами 1 и 3: } \rho_{1,3} = \sqrt{(6-6)^2 + (8-11)^2} = 3,00;$$

$$\text{между объектами 1 и 4: } \rho_{1,4} = \sqrt{(6-12)^2 + (8-8)^2} = 6,00;$$

$$\text{между объектами 1 и 5: } \rho_{1,5} = \sqrt{(6-13)^2 + (8-8)^2} = 7,00;$$

$$\text{между объектами 1 и 6: } \rho_{1,6} = \sqrt{(6-12)^2 + (8-6)^2} = 6,32;$$

$$\text{между объектами 2 и 3: } \rho_{2,3} = \sqrt{(7-6)^2 + (10-11)^2} = 1,41;$$

$$\text{между объектами 2 и 4: } \rho_{2,4} = \sqrt{(7-12)^2 + (10-8)^2} = 5,39;$$

$$\text{между объектами 2 и 5: } \rho_{2,5} = \sqrt{(7-13)^2 + (10-8)^2} = 6,32;$$

$$\text{между объектами 2 и 6: } \rho_{2,6} = \sqrt{(7-12)^2 + (10-6)^2} = 6,40;$$

$$\text{между объектами 3 и 4: } \rho_{3,4} = \sqrt{(6-12)^2 + (11-8)^2} = 6,71;$$

$$\text{между объектами 3 и 5: } \rho_{3,5} = \sqrt{(6-13)^2 + (11-8)^2} = 7,62;$$

$$\text{между объектами 3 и 6: } \rho_{3,6} = \sqrt{(6-12)^2 + (11-6)^2} = 7,81;$$

$$\text{между объектами 4 и 5: } \rho_{4,5} = \sqrt{(12-13)^2 + (8-8)^2} = 1,00;$$

$$\text{между объектами 4 и 6: } \rho_{4,6} = \sqrt{(12-12)^2 + (8-6)^2} = 2,00;$$

$$\text{между объектами 5 и 6: } \rho_{5,6} = \sqrt{(13-12)^2 + (8-6)^2} = 2,24.$$

Очевидно, что $\rho_{11} = 0, \rho_{22} = 0, \rho_{33} = 0, \rho_{44} = 0, \rho_{55} = 0, \rho_{66} = 0$.

Построим матрицу расстояний:

$$R_1 = (\rho(x_i, x_j)) = \begin{pmatrix} 0,00 & 2,24 & 3,00 & 6,00 & 7,00 & 6,32 \\ 2,24 & 0,00 & 1,41 & 5,39 & 6,32 & 6,40 \\ 3,00 & 1,41 & 0,00 & 6,71 & 7,62 & 7,81 \\ 6,00 & 5,39 & 6,71 & 0,00 & 1,00 & 2,00 \\ 7,00 & 6,32 & 7,62 & 1,00 & 0,00 & 2,24 \\ 6,32 & 6,40 & 7,81 & 2,00 & 2,24 & 0,00 \end{pmatrix}.$$

Проведенные расчеты показали, что наиболее близки объекты 4 и 5, так как расстояние между ними равно единице. Поэтому объекты 4 и 5 объединим в один кластер. В результате после такого объединения имеем пять кластеров:

Номер кластера	1	2	3	4	5
Состав кластера	(1)	(2)	(3)	(4, 5)	(6)

Найдем расстояние между кластерами по принципу «ближайшего соседа», для чего воспользуемся формулой пересчета (2.1), где $\alpha = \beta = -\delta = 1/2$ и $\gamma = 0$.

Расстояние между объектом S_1 и кластером $S_{(4,5)}$ равно

$$\begin{aligned} \rho_{1,(4,5)} &= \rho(S_1, S_{(4,5)}) = \frac{1}{2}\rho_{14} + \frac{1}{2}\rho_{15} - \frac{1}{2}(|\rho_{14} - \rho_{15}|) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6,00 + \frac{1}{2} \cdot 7,00 - \frac{1}{2}(|6,00 - 7,00|) = 6,00. \end{aligned}$$

Расчеты показали, что расстояние от объекта 1 до кластера, в который входят объекты 4 и 5, равно расстоянию от объекта 1 до объекта 4, входящего в кластер $S_{(4,5)}$:

$$\rho_{1,(4,5)} = \rho_{1,4} = 6,00.$$

Построим матрицу расстояний:

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0,00 & 2,24 & 3,00 & 6,00 & 6,32 \\ 2,24 & 0,00 & 1,41 & 5,39 & 6,40 \\ 3,00 & 1,41 & 0,00 & 6,71 & 7,81 \\ 6,00 & 5,39 & 6,71 & 0,00 & 2,00 \\ 6,32 & 6,40 & 7,81 & 2,00 & 0,00 \end{pmatrix}.$$

Проанализировав матрицу R_2 , обнаруживаем, что наименьшее расстояние — между объектами 2 и 3: $\rho_{2,3} = 1,41$. Поэтому объекты 2 и 3 объединим в один кластер. В результате после такого объединения имеем четыре кластера:

Номер кластера	1	2	3	4
Состав кластера	(1)	(2,3)	(4,5)	(6)

Найдем матрицу расстояний, воспользовавшись матрицей R_2 :
 расстояние между объектом S_1 и кластером $S_{(2,3)}$

$$\begin{aligned} \rho_{1,(2,3)} &= \rho(S_1, S_{(2,3)}) = \frac{1}{2}\rho_{12} + \frac{1}{2}\rho_{13} - \frac{1}{2}(|\rho_{12} - \rho_{13}|) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2,24 + \frac{1}{2} \cdot 3,00 - \frac{1}{2}(|2,24 - 3,00|) = 2,24; \end{aligned}$$

расстояние между кластером $S_{(2,3)}$ и кластером $S_{(4,5)}$

$$\begin{aligned} \rho_{(4,5),(2,3)} &= \frac{1}{2}\rho_{(4,5),2} + \frac{1}{2}\rho_{(4,5),3} - \frac{1}{2}(|\rho_{(4,5),2} - \rho_{(4,5),3}|) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5,39 + \frac{1}{2} \cdot 6,31 - \frac{1}{2}(|5,39 - 6,31|) = 5,39; \end{aligned}$$

и т.д.

Построим матрицу расстояний:

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0,00 & 2,24 & 6,00 & 6,32 \\ 2,24 & 0,00 & 5,39 & 6,40 \\ 6,00 & 5,39 & 0,00 & 2,00 \\ 6,32 & 6,40 & 2,00 & 0,00 \end{pmatrix}.$$

Проведенные расчеты показывают, что наиболее близки кластер $S_{(4,5)}$ и кластер, включающий объект 6, расстояние между ними равно $\rho_{(4,5),6} = 2$. Объединяем их. В результате после такого объединения имеем три кластера:

Номер кластера	1	2	3
Состав кластера	(1)	(2, 3)	(4, 5, 6)

Построим матрицу расстояний:

$$R_4 = \begin{pmatrix} 0,00 & 2,24 & 6,00 \\ 2,24 & 0,00 & 5,39 \\ 6,00 & 5,39 & 0,00 \end{pmatrix}.$$

Теперь наименьшее расстояние отмечается между кластером S_1 и кластером $S_{(2,3)}$: $\rho_{1,(2,3)} = 2,24$. Объединим их в один кластер. В результате после такого объединения имеем два кластера:

Номер кластера	1	2
Состав кластера	(1, 2, 3)	(4, 5, 6)

Расстояние между этими двумя кластерами, найденное по принципу «ближайшего соседа», равно $\rho_{(1,2,3),(4,5,6)} = 5,39$.

Представим результаты иерархической классификации объектов в виде дендрограммы (рис. 2.9). Слева приведено расстояние между объединяемыми на данном этапе объектами (кластерами).

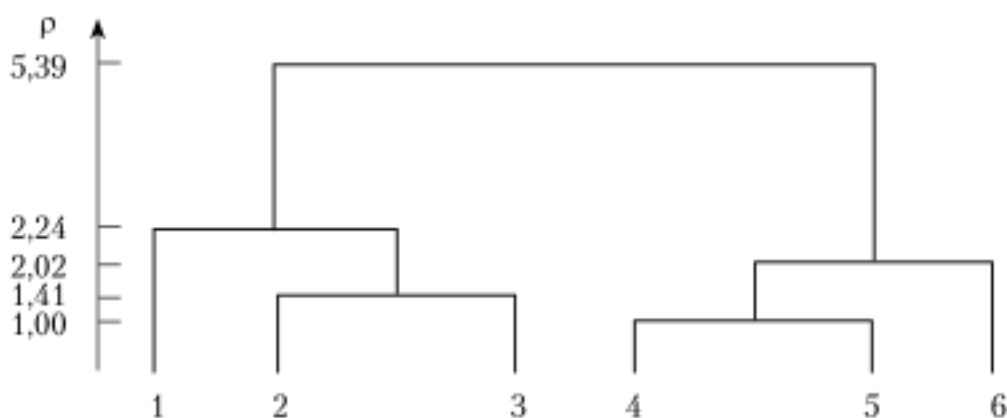


Рис. 2.9. Дендрограмма

Вернемся к классификации группировок.

По используемой информации различают:

- *первичные* группировки — производятся на основе исходных данных, полученных в результате статистического наблюдения;
- *вторичные* группировки — результат объединения или расщепления первичной группировки.

Признаки, по которым проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы, называются **группировочными признаками**.

По форме выражения группировочные признаки могут быть атрибутивными, не имеющими количественного значения, и количественными, т.е. признаками, принимающими различные цифровые характеристики у отдельных единиц изучаемой совокупности. При этом количественные признаки, в свою очередь, могут быть *дискретными* (прерывными), значения которых отличаются друг от друга на некоторую конкретную величину, обычно целое значение или число с одним дробным разрядом (число квартир в доме, разряд рабочего и т.д.), и *непрерывными*, принимающими любые значения в некотором числовом интервале, отличаясь один от другого на сколь угодно малую величину (объем проданных населению товаров в стоимостном выражении, сумма издержек обращения).

Группировки, полученные по качественным признакам, называются *атрибутивными*, или *качественными*.

Группировки, полученные по количественным признакам, называются *количественными*.

Следующим важным шагом после определения группировочного признака является распределение единиц совокупности по группам. Здесь встает вопрос о количестве групп и величине интервала, которые между собой взаимосвязаны. Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, объема совокупности, степени вариации признака.

При определении количества групп необходимо стремиться к тому, чтобы были учтены особенности изучаемого явления. Поэтому количество групп должно быть оптимальным, в каждую группу должно входить достаточно большое число единиц совокупности, что отвечает требованию закона больших чисел. Однако в отдельных случаях представляют интерес и малочисленные группы: новое, передовое, пока оно не станет массовым, проявляется в незначительном числе фактов; поэтому задача статистики — выделить эти факты, изучить их.

Таким образом, при решении вопроса о численности единиц в группах нужно руководствоваться не формальными признаками, а знанием сущности изучаемого явления.

Количество групп во многом зависит от того, какой признак служит основанием группировки. Так, нередко атрибутивные группировочные признаки предопределяют число групп. По аналогии также расчленяется совокупность по дискретному признаку, изменяющемуся в незначительном диапазоне. В совокупности, где варьирующий признак носит дискретный характер и принимает ограниченное число значений, количество групп, как правило, равно количеству возможных значений. Интервалы групп уста-

навливаются только при значительной колеблемости дискретного признака и тем более при непрерывно изменяющемся количественном признаке (например, величина зарплаты).

Число групп может быть задано на основе опыта предыдущих обследований. Если вопрос о числе групп надо решать самостоятельно, можно использовать формулу Стерджесса

$$k = 1 + 3,322 \lg N,$$

где k — число групп; N — число единиц совокупности.

Недостаток формулы состоит в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц и если распределение единиц по признаку, положенному в основание группировки, близко к нормальному.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

Интервал — это значения варьирующего признака, лежащие в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. *Нижней границей* интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а *верхней границей* — наибольшее значение признака в интервале. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равные и неравные. Последние делятся на прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие, произвольные и специализированные.

Если распределение признака в границах его вариации достаточно равномерно или близко к нормальному, диапазон колебаний признака разбивают на равные интервалы, длину которых определяют по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

где x_{\max} и x_{\min} — максимальное и минимальное значения признака в совокупности соответственно; k — число групп.

Если значения варьирующего признака распределены таким образом, что при использовании равного интервала для образования групп излишне увеличивается их количество и при этом многие группы будут малочисленными, то надо использовать группировку с неравными интервалами.

Применение неравных интервалов обусловлено тем, что в одних группах небольшая разница в показателях имеет большое значение, а в других группах эта разница не существенна. Например, будет неправильным применять равновеликий интервал по товарообороту для мелких, средних и крупных магазинов, поскольку разница в обороте в несколько тысяч рублей для мелких магазинов, палаток имеет решающее значение, а для крупных — несущественное. Нужны интервалы более короткие для мелких и более длинные (широкие) — для крупных магазинов.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

Закрытыми называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы.

Открытые — это те интервалы, у которых указана только одна граница: верхняя — у первого, нижняя — у последнего. Например, группы коммерческих банков по размеру прибыли (млн руб.): до 200, 200–300, 300–400, 400 и более.

В практике построения группировки нередко возникают ситуации, когда одно и то же число служит одновременно верхней границей одного интервала и нижней границей следующего за ним интервала. При таком построении интервалов вопрос об разнесении единиц наблюдения по группам решается по принципу «включительно» (или «исключительно»).

Пример 2.2. Имеются следующие данные об успеваемости 20 студентов группы по теории статистики в летнюю сессию 2014 г.: 5, 4, 4, 4, 3, 2, 5, 3, 4, 4, 4, 3, 2, 5, 2, 5, 5, 2, 3, 3. Необходимо построить ряд распределения студентов по баллам оценок, полученных в сессию.

Решение

В рассматриваемом примере речь идет о количественной группировке. В исследуемой совокупности варьирующий признак (оценка) носит дискретный характер и принимает ограниченное число значений. В данном случае следует построить дискретный ряд, и количество групп должно быть равно количеству возможных значений признака:

Оценка	2	3	4	5
Количество студентов	4	5	6	5

Построенная нами группировка является первичной, так как она производилась на основе исходных данных, полученных в результате статистического наблюдения.

Предположим, что нам необходимо построить ряд распределения студентов по уровню успеваемости, выделив в нем две группы студентов: неуспевающие (2 балла), успевающие (3 балла и выше). В данном случае речь идет об атрибутивной группировке:

Результат сдачи экзамена	Неуспевающие	Успевающие
Количество студентов	4	16

Рассмотрим на конкретном примере построение вторичных группировок.

Пример. 2.3. Имеется следующее распределение предприятий по объему продаж:

Объем продаж, млн руб.	1–3	3–5	5–10	10–30	30–50	Всего
Распределение предприятий, %	4	14	16	52	14	100

Используя метод вторичной группировки, необходимо образовать следующие группы предприятий по объему продаж:

- 1–10, 10–20, 20–30, 30–40, > 40;
- 1–15, 15–30, 30–45, > 45.

Решение

1. Первые три группы надо объединить, четвертую и пятую группы надо разделить. Разделение должно проводиться пропорционально делению величины интервала:

1–10	10–20	20–30	30–40	> 40
$4 + 14 + 16 = 34$	$\frac{52}{2} = 26$	$\frac{52}{2} = 26$	$\frac{14}{2} = 7$	$\frac{14}{2} = 7$

2. Решение аналогично п. 1, только при расщеплении интервалов необходимо учесть, что величина интервала делится на неравные части:

1–15	15–30	30–45	> 45
$4 + 14 + 16 + \frac{52}{4} = 47$	$\frac{52}{4} \cdot 3 = 39$	$\frac{14}{4} \cdot 3 = 10,5$	$\frac{14}{4} = 3,5$

Особым видом группировок являются классификации, получившие широкое распространение в статистике. **Классификацией** называется систематизированное распределение явлений и объектов на определенные группы, классы, разряды на основании их сходства и различия. Классификации отличаются от группировок более устойчивым и подробным разделением изучаемого явления на классы, группы по основным, обычно качественным признакам.

Объективная необходимость разработки классификации обусловлена многообразием атрибутивных признаков при изучении многочисленных явлений и процессов, создающих трудности при отнесении единиц совокупности к определенной группе или классу. При наличии нескольких признаков у отдельной единицы статистической совокупности ее относят к определенной группе по признаку, имеющему преимущественное значение: кассир и продавец, шофер и грузчик и т.п.; в подобных случаях этих работников относят к конкретной группе по их основной деятельности.

Классификация, представляющая устойчивую номенклатуру классов и групп, образованных на основе сходства и различия единиц наблюдаемого объекта, имеет фундаментальное значение для всего цикла статистических работ.

Отличительными чертами классификаций является то, что в основу их кладется качественный признак; они стандартны и устанавливаются органами государственной и международной статистики; они устойчивы, так как остаются неизменными в течение длительного периода времени.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие требования предъявляются к проведению статистического наблюдения?
2. Назовите основные формы статистического наблюдения.
3. Что такое ошибки репрезентативности? Каким видам статистического наблюдения они свойственны?
4. Какие виды несплошного наблюдения вы знаете?
5. Что такое критический момент и критическая дата наблюдения?
6. Какие группировочные признаки называются атрибутивными? Приведите примеры.
7. Дайте определение простой и сложной сводки.
8. Какова роль группировок в статистике?
9. Каковы принципы выбора группировочного признака, образования групп и интервалов группировки?
10. Дайте определение и приведите примеры аналитических группировок.

Глава 3

НАГЛЯДНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ СТАТИСТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

После изучения главы 3 студент должен:

знать

- виды статистических таблиц;
- роль графического метода в анализе и обобщении данных;
- основные правила построения таблиц и графиков;

уметь

- оформлять результаты сводки и группировки статистических данных в статистические таблицы;
- по данным статистических таблиц строить графики;

владеть

- навыками чтения и анализа статистических таблиц и графиков.
-

3.1. Статистические таблицы

Результаты сводки и группировки статистических данных оформляются в статистические таблицы.

Статистическая таблица — это форма наиболее краткого и рационального изложения цифровых данных об изучаемой статистической совокупности.

Статистическую таблицу от других табличных форм отличают следующие особенности:

- в ней дается сводная характеристика единиц статистической совокупности, подводятся один или несколько итогов;
- она содержит результаты подсчета эмпирических данных;
- характеризуемые в ней объекты и показатели располагаются так, чтобы их наименование приводилось лишь однажды в виде общего заголовка.

Макет таблицы — это незаполненная цифрами статистическая таблица. Она представляет из себя сетку, состоящую из горизонтальных строк и вертикальных колонок (граф), каждая из которых имеет название.

Каждая статистическая таблица содержит подлежащее и сказуемое.

Подлежащее статистической таблицы есть объект изучения, перечень групп или единиц, составляющих исследуемую совокупность, которые характеризуются соответствующими показателями.

Сказуемое статистической таблицы — это цифровые показатели, с помощью которых дается характеристика выделенных в подлежащем групп и единиц.

Подлежащее таблицы обычно составляет название ее строк, сказуемое — название колонок. Расположение подлежащего и сказуемого может меняться местами в целях получения более компактной таблицы.

По характеру подлежащего выделяют три вида таблиц.

Простой называется такая таблица, в подлежащем которой дается перечень каких-либо объектов или территориальных единиц. Примером простой таблицы является табл. 3.1.

Таблица 3.1

Валовый сбор основных сельскохозяйственных культур в хозяйствах всех категорий в России (2013 г.)

Виды сельскохозяйственных культур	Зерно	Сахарная свекла	Подсолнечник	Льно-волокно	Картофель	Овощи
Валовый сбор, млн т	91,3	37,7	10,2	38	30,2	14,7

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: <http://www.gks.ru>.

Простые таблицы не дают возможности выявить социально-экономические типы изучаемых явлений, их структуру, а также взаимосвязи и взаимозависимости между характеризующими их признаками. Для этого используют *сложные* таблицы. Сложные таблицы разделяются на групповые и комбинационные.

Групповая таблица — это таблица, где статистическая совокупность разбивается на отдельные группы по какому-либо одному существенному признаку, при этом каждая группа характеризуется рядом показателей. Примером групповой таблицы является табл. 3.2.

Таблица 3.2

Распределение населения России по полу, млн чел. (на 1 января)

Параметр	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Мужчины	66,1	66,1	66,3
Женщины	76,8	76,9	77,0
Все население	142,9	143,0	143,3

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#.

Таким образом, групповые таблицы позволяют выявить и охарактеризовать социально-экономические типы явлений, их структуру в зависимости только от одного признака.

Комбинационная таблица — это таблица, где подлежащее представляет собой группировку единиц совокупности по двум и более признакам, которые распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем

на подгруппы по другому признаку внутри каждой из уже выделенных групп. Комбинационная таблица устанавливает существенную связь между факторами группировки. Такого рода статистические таблицы позволяют осуществить всесторонний анализ, но они менее наглядны. Примером комбинационной таблицы является табл. 3.3.

Таблица 3.3

Распределение населения РФ по группам на 1 января 2013 г., тыс. чел.

Группы населения по возрасту	Группы населения по характеру расселения	Численность населения
Моложе трудоспособного возраста	Городское	16 916
	Сельское	7194
Итого по группе:		24 110
В трудоспособном возрасте	Городское	64 713
	Сельское	21 424
Итого по группе:		86 137
Старше трудоспособного возраста	Городское	24 489
	Сельское	8611
Итого по группе:		33 100
Всего:		143 347

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#.

Сказуемое статистической таблицы также может быть простым и сложным. В таблице с *простым* сказуемым показатели характеризуют подлежащее независимо друг от друга (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Численность и оплата труда гражданских служащих федеральных государственных органов (центральных аппаратов министерств и ведомств) за 2013 г.

	Численность на конец периода, тыс. чел.	Среднемесячная заработная плата, тыс. руб.
В федеральных государственных органах	38,7	98,4
из них в органах:		
законодательной власти	2,8	107,3
исполнительной власти	30,4	90,6
судебной власти и прокуратуры	2,2	87,4
других государственных органах	1,5	102,1

Источник: официальный сайт ФСГС. URL: <http://www.gks.ru>.

Сложное сказуемое представляет собой комбинацию нескольких признаков (табл. 3.5).

Таблица 3.5

Уровень средней заработной платы преподавателей образовательных учреждений высшего профессионального образования в организациях государственной и муниципальной форм собственности за январь—сентябрь 2013 г.

Регион	Средняя заработная плата по субъекту РФ, руб.	Средняя заработная плата преподавателей образовательных учреждений высшего профессионального образования, руб.			
		Всего	В том числе по формам собственности организаций		
			федеральная	субъектов РФ	муниципальная
Российская Федерация	29 044	35 879	35 730	43 021	19 158
Центральный федеральный округ	36 031	42 450	42 223	48 280	... ¹⁾
Северо-Западный федеральный округ	31 647	38 778	38 869	33 005	—
Южный федеральный округ	21 594	27 824	27 919	... ¹⁾	22 713
Северо-Кавказский федеральный округ	18 663	21 015	21 072	20 149	... ¹⁾
Приволжский федеральный округ	21 695	29 656	29 739	28 297	15 825
Уральский федеральный округ	33 873	37 668	36 323	65 681	... ¹⁾
Сибирский федеральный округ	25 512	34 754	34 732	50 346	—
Дальневосточный федеральный округ	35 643	41 844	41 917	... ¹⁾	—

¹⁾Данные не публикуются в целях обеспечения конфиденциальности первичных статистических данных.

Источник: официальный сайт ФСТС. URL: <http://www.gks.ru>.

Рассмотрим основные правила составления статистических таблиц.

1. Таблица по возможности должна быть небольшой и легко обозримой. В случае, когда необходимо обработать большое количество материала,

вместо одной могут быть построены несколько взаимосвязанных и расположенных друг за другом таблиц.

2. Таблица должна содержать следующие компоненты:

- заголовок, в котором обычно указывается объект или территория, которому посвящена таблица;
- время, к которому относятся данные;
- единицы измерения, которые могут указываться в заголовке таблицы, если все показатели таблицы выражены в одних и тех же единицах измерения. В противном случае их следует указывать в заголовках соответствующих граф.

3. Информация, располагаемая в столбцах (графах) таблицы, завершается итоговой строкой. Существуют различные способы соединения слагаемых граф с их итогом:

- строка «Итого» или «Всего» завершает статистическую таблицу;
- итоговая строка располагается первой строкой таблицы и соединяется с совокупностью ее слагаемых словами «В том числе».

4. При заполнении таблиц используются следующие обозначения:

- при отсутствии явления ставится прочерк (—);
- при отсутствии данных о явлении ставится многоточие (...) или пишется «нет сведений»;
- если данная позиция (на пересечении соответствующих графы и строки) вообще не подлежит заполнению, то ставится знак «Х».

5. Цифровые данные записываются в таблицу с одной и той же степенью точности.

6. Под таблицей должен быть указан источник данных, из которого взяты цифры.

7. В случае необходимости дополнительной информации — разъяснений к таблице — могут даваться примечания.

8. Если в таблице наряду с отчетными данными приводятся сведения расчетного, прогнозируемого порядка, то об этом следует сделать соответствующую оговорку либо в самой таблице, либо в примечании к ней.

9. Если таблица печатается на нескольких страницах, то на первой странице сразу под сказуемым печатается специальная строка, в которой нумеруются графы сказуемого (1, 2, 3, ...). На последующих страницах заголовки глав не повторяются, а указываются только их цифровые обозначения.

10. Если таблица содержит несопоставимые данные, то несопоставимые части таблицы разделяются пунктирной линией.

3.2. Графический метод в статистике

Для получения более полного и наглядного представления об изучаемых явлениях и процессах по данным статистических таблиц строят графики.

Статистический график — это чертеж, на котором статистические совокупности, характеризуемые определенными показателями, описываются с помощью условных геометрических образов или знаков.

Значение графического метода в анализе и обобщении данных велико. Графическое изображение прежде всего позволяет осуществить контроль достоверности статистических показателей, так как, представленные на графике, они более ярко показывают имеющиеся неточности, связанные либо с наличием ошибок наблюдения, либо с сущностью изучаемого явления. С помощью графического изображения возможны изучение закономерностей развития явления, установление существующих взаимосвязей. Простое сопоставление данных не всегда дает возможность уловить наличие причинных зависимостей, в то же время их графическое изображение способствует выявлению причинных связей, в особенности в случае установления первоначальных гипотез, подлежащих затем дальнейшей разработке. Графики также широко используются для изучения структуры явлений, их изменения во времени и размещения в пространстве. В них более выразительно проявляются сравнительные характеристики и отчетливо видны основные тенденции развития и взаимосвязи, присущие изучаемому явлению или процессу.

В статистическом графике различают следующие основные элементы: поле графика; графический образ; пространственные ориентиры; масштабные ориентиры; экспликацию графика.

Поле графика — это место, на котором он выполняется. Поле графика характеризуется его форматом (размерами и пропорциями сторон). Размер поля графика зависит от его назначения. Принято считать, что наиболее близким к оптимальному для зрительного восприятия является график, выполненный на поле прямоугольной формы с соотношением сторон 1:1,3 до 1:1,5. Этот вариант именуется правилом «золотого сечения». Иногда используется и поле графика с равными сторонами, т.е. имеющее форму квадрата.

Графический образ (основа графика) — это геометрические знаки, т.е. совокупность точек, линий, фигур, с помощью которых изображаются статистические показатели.

Размещение графических образов на поле графика определяют пространственные ориентиры.

Пространственные ориентиры графика задаются в виде системы координатных сеток. Наиболее распространенной является система прямоугольных (декартовых) координат. В практике графического изображения применяются также полярные координаты. Они необходимы для наглядного изображения циклического движения во времени. **Полярная система координат** — двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами — полярным углом и полярным радиусом. В полярной системе координат (рис. 3.1) один из лучей, обычно правый горизонтальный, принимается за ось координат, относительно которой определяется угол луча (его называют нулевым лучом, или полярной осью). Точка, из которой выходит этот луч, называется началом координат, или полюсом. Любая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: радиальной и угловой. Радиальная координата соответствует расстоянию от точки до начала координат. Угловая координата также называется полярным углом, или *азимутом*, она равна углу, на который нужно повернуть против часовой стрелки полярную ось для

того, чтобы попасть в эту точку. В радиальных графиках лучи обозначают моменты времени, а окружности – величины изучаемого явления.

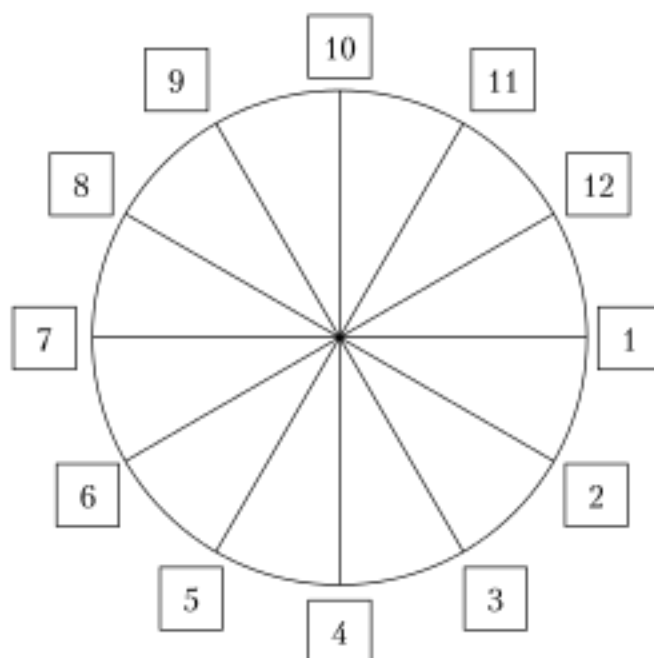


Рис. 3.1. Числовые интервалы в полярной системе координат

На статистических картах пространственные ориентиры задаются контурной сеткой (контуры рек, береговая линия морей и океанов, границы государств) и определяют те территории, к которым относятся статистические величины.

Масштабные ориентиры статистического графика определяются масштабом и системой масштабных шкал. *Масштаб* статистического графика – это мера перевода числовой величины в графическую.

Масштабной шкалой называется линия, отдельные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Шкала имеет большое значение в графике и включает три элемента: линию (или носитель шкалы), определенное число помеченных черточками точек, которые расположены на носителе шкалы в определенном порядке, цифровое обозначение чисел, соответствующих отдельным помеченным точкам. Как правило, цифровым обозначением снабжаются не все помеченные точки, а лишь некоторые из них, расположенные в определенном порядке. По правилам числовое значение необходимо помещать строго против соответствующих точек, а не между ними (рис. 3.2).



Рис. 3.2. Масштабная шкала

Носитель шкалы может представлять собой как прямую, так и кривую линию. В соответствии с этим различают шкалы прямолинейные (например, миллиметровая линейка) и криволинейные — дуговые и круговые (циферблат часов).

Графические и числовые интервалы могут быть равными и неравными. Если на всем протяжении шкалы равным графическим интервалам соответствуют равные числовые, такая шкала называется *равномерной*. Если же равным числовым интервалам соответствуют неравные графические, и наоборот, то шкала называется *неравномерной*, примером является логарифмическая шкала.

Последний элемент графика — *экспликация*. Каждый график должен иметь словесное описание его содержания. Оно включает название графика, которое в краткой форме передает его суть; подписи вдоль масштабных шкал и пояснения к отдельным частям графика.

Существует множество графических изображений. В основу их классификации может быть положен ряд признаков:

- способ построения графического образа (диаграммы и статистические карты);
- геометрические знаки, изображающие статистические показатели и отношения (графики точечные, линейные, плоскостные и пространственные (объемные));
- задачи, решаемые с помощью графического изображения (диаграммы сравнения, структурные диаграммы и диаграммы динамики).

На рис. 3.3 и 3.4 представлены возможные классификации статистических графиков в зависимости от признака, положенного в основу классификации.

Особым видом графиков являются графики распределения величин, представленных вариационным рядом. Это гистограмма, полигон, огива, кумулята. О графическом изображении вариационного ряда более подробно будет рассказано в гл. 5.



Рис. 3.3. Классификация статистических графиков по форме графического образа



Рис. 3.4. Классификация статистических графиков по способу построения и задачам изображения

Наиболее распространенным способом графических изображений являются **диаграммы**, которые применяются для наглядного сопоставления в различных аспектах (пространственном, временном и др.) независимых друг от друга величин: территорий, населения и т.д. При этом сравнение исследуемых совокупностей производится по какому-либо существенному варьирующему признаку.

По форме графического образа различают графики точечные, линейные, плоскостные и пространственные (объемные). При построении **точечных** диаграмм в качестве графических изображений применяются совокупности точек; при построении **линейных** — линии. Основной принцип построения всех **плоскостных** диаграмм сводится к тому, что статистические величины изображаются в виде геометрических фигур. **Объемные** диаграммы получаются в результате выполнения аксонометрических проекций поверхностей, выбранных для изображения диаграммы. В зависимости от задач, решаемых с помощью графического изображения, различают диаграммы сравнения, структурные диаграммы и диаграммы динамики.

Диаграммы сравнения применяются для графического отображения статистических данных с целью их наглядного сопоставления друг с другом в тех или иных разрезах. Диаграммы сравнения делятся на диаграммы простого сопоставления, структурные диаграммы, изобразительные (фигур-знаков).

Диаграммы простого сопоставления между собой делятся на полосовые и столбиковые.

На **столбиковых** диаграммах статистические данные изображаются в виде вытянутых по вертикали прямоугольников (рис. 3.5).

Отличие **ленточных**, или **полосовых**, диаграмм состоит в том, что масштабная шкала расположена по горизонтали сверху и она определяет величину полос по длине (рис. 3.6).

Разновидностью столбиковых (полосовых) диаграмм являются **направленные** диаграммы (рис. 3.7, 3.8).

Направленные диаграммы отличаются от обычных двусторонним расположением столбиков или полос и имеют начало отсчета по масштабу в середине. Обычно такие диаграммы применяются для изображения величин противоположного качественного значения.

Профицит, дефицит (–) консолидированного и федерального бюджетов РФ, в % к ВВП

(расчет по консолидированному бюджету осуществляется с учетом бюджетов государственных внебюджетных фондов)

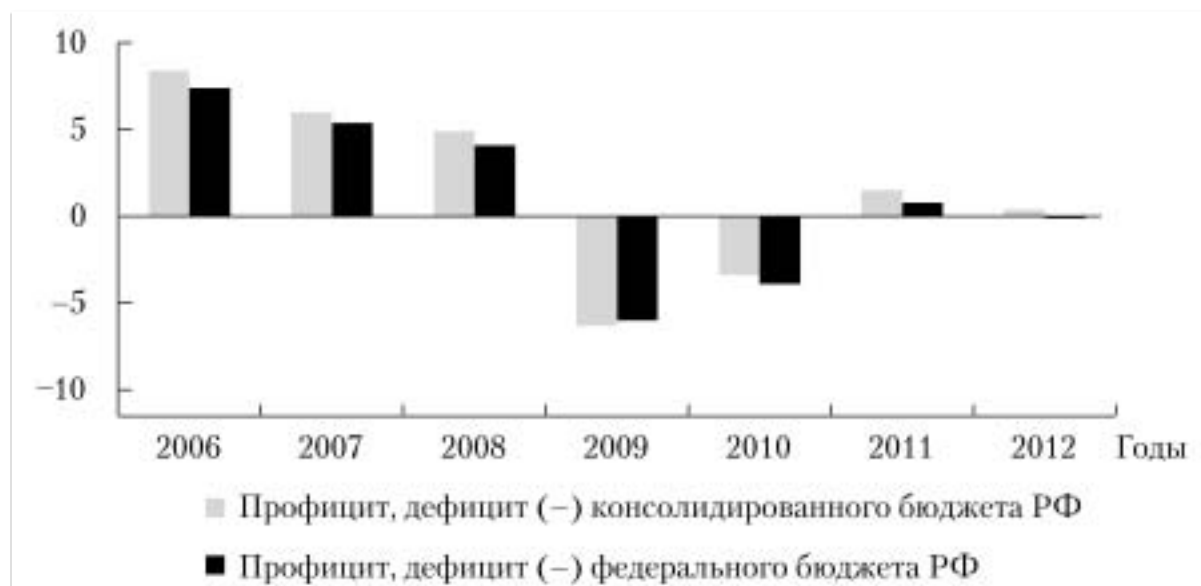


Рис. 3.5. Пример столбиковой диаграммы

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФСГС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Индексы потребительских цен в группировке КИПЦ в декабре 2014 г. на конец периода, в % к декабрю 2013 г.



Рис. 3.6. Пример ленточной диаграммы

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФСГС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Распределение экспорта и импорта РФ по некоторым зарубежным странам

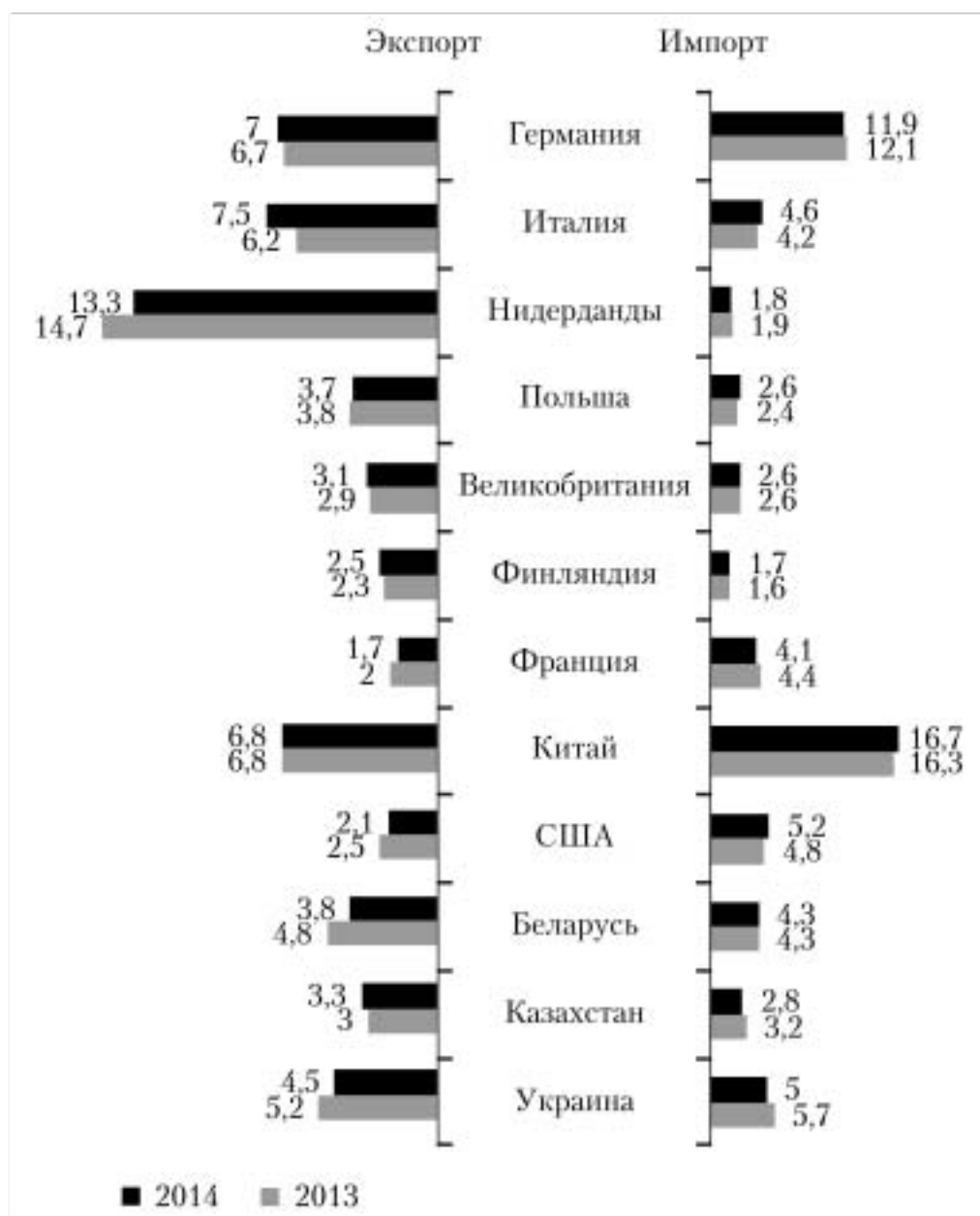


Рис. 3.7. Пример направленной диаграммы

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФТС.
URL: <http://www.gks.ru> (Россия в цифрах – 2012).

Для простого сравнения независимых друг от друга показателей могут также использоваться диаграммы, принцип построения которых состоит в том, что сравниваемые величины изображаются в виде правильных геометрических фигур, строящихся так, чтобы площади их относились между собой как количества, этими фигурами изображаемые. Иными словами, эти диаграммы выражают величину изображаемого явления размером своей площади. Для получения диаграмм рассматриваемого типа используют разнообразные геометрические фигуры – квадрат, круг, реже – прямоугольник.

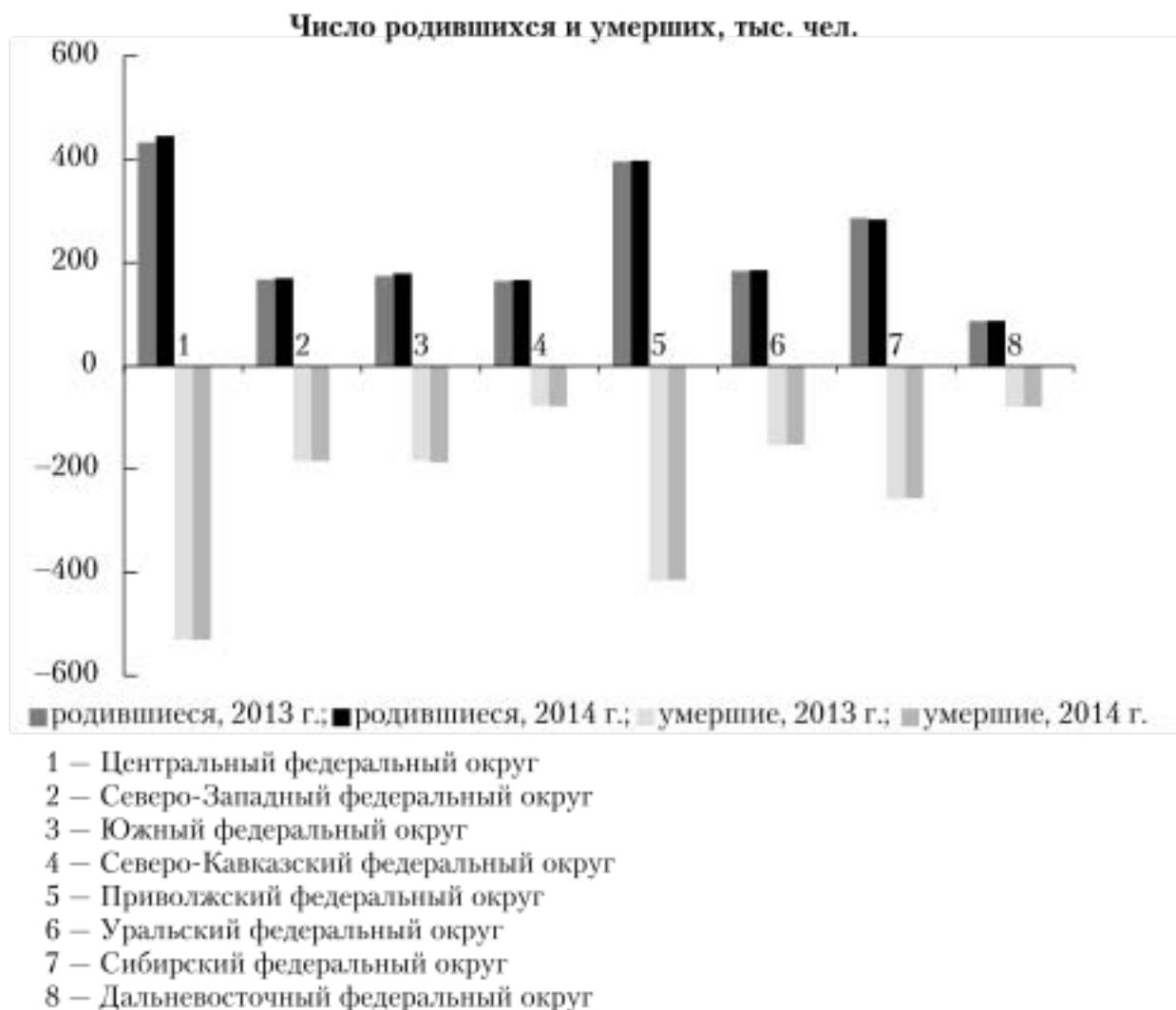


Рис. 3.8. Пример направленной диаграммы

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФГС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Наиболее выразительным и легко воспринимаемым является способ построения диаграмм сравнения в виде *фигур-знаков*. В этом случае статистические совокупности изображаются не геометрическими фигурами, а символами или знаками, воспроизводящими в какой-то степени внешний образ статистических данных. Достоинство такого способа графического изображения заключается в высокой степени наглядности, в получении подобного отображения, отражающего содержание сравниваемых совокупностей.

Большую группу показательных графиков составляют **структурные диаграммы**. Это такие диаграммы, в которых отдельные статистические совокупности сопоставляются по их структуре, характеризующейся соотношением разных параметров совокупности или ее отдельных частей.

Простейшим видом структурных статистических диаграмм являются *диаграммы удельных весов*, отражающие структуры сравниваемых совокупностей по процентному соотношению в них отдельных частей, выделяемых по тому или иному количественному или атрибутивному признаку (рис. 3.9). Эти диаграммы получены путем преобразования простой полосовой диаграммы с подразделенными полосами.

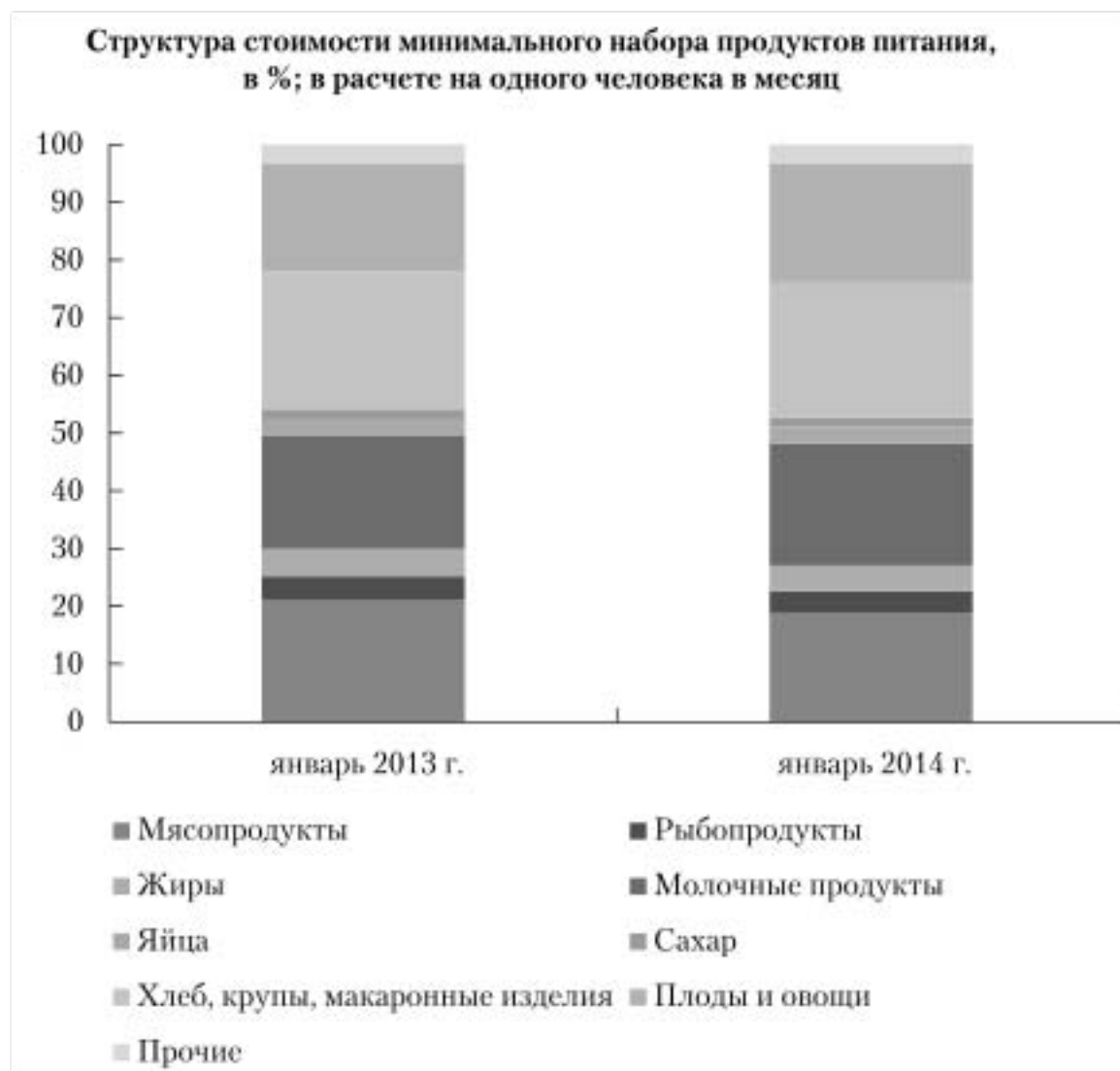


Рис. 3.9. Пример диаграммы удельных весов

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФСТС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Наиболее распространенным способом графического изображения структуры статистических совокупностей является *секторная диаграмма* (рис. 3.10), которая считается основной формой диаграммы такого назначения. Это объясняется тем, что идея целого очень хорошо и наглядно выражается кругом, который представляет всю совокупность. Удельный вес каждой части совокупности в секторной диаграмме характеризуется величиной центрального угла (угол между радиусами круга). Таким образом, на 1% приходится 3,6 градуса.

Применение секторных диаграмм позволяет не только графически изобразить структуру совокупности и ее изменение, но и показать динамику численности этой совокупности. Для этого строятся круги, пропорциональные объему изучаемого признака, а затем секторами выделяются его отдельные части.

Рассмотренный способ графического изображения структуры совокупности имеет как достоинства, так и недостатки.

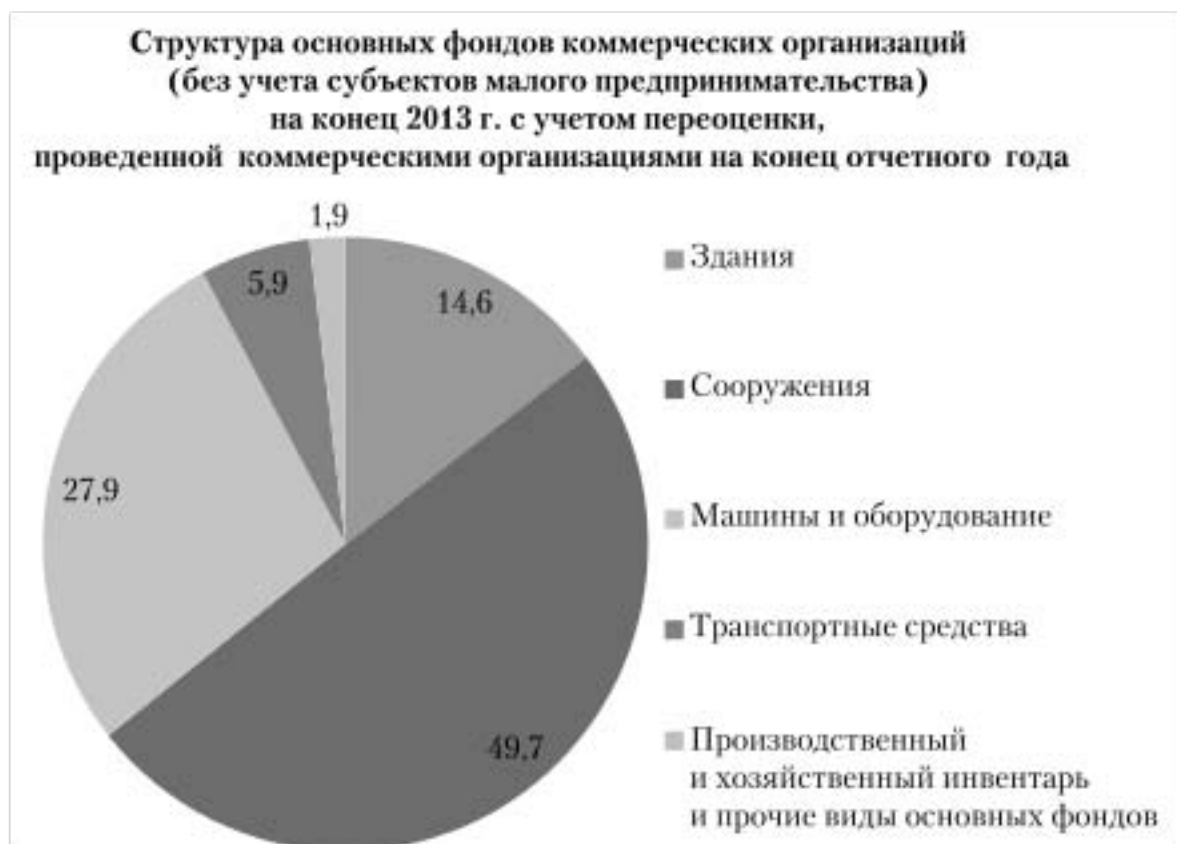


Рис. 3.10. Пример секторной диаграммы

Источник: Составлено автором по данным официального сайта ФСТС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Так, секторная диаграмма сохраняет наглядность и выразительность лишь при небольшом числе частей совокупности, в противном случае ее применение малоэффективно. Кроме того, наглядность секторной диаграммы снижается при незначительных изменениях структуры изображаемых совокупностей: она выше, если существеннее различия сравниваемых структур. Преимуществами столбиковых (ленточных) структурных диаграмм по сравнению с секторными являются их большая емкость, возможность отразить более широкий объем полезной информации. Однако эти диаграммы более эффективны при малых различиях в структуре изучаемой совокупности.

Диаграммы динамики строятся для изображения развития явления во времени и вынесения суждений о нем. В рядах динамики используются для наглядного изображения явлений многие диаграммы: столбиковые, ленточные, квадратные, круговые, линейные, радиальные и др. Выбор вида диаграмм зависит в основном от особенностей исходных данных, от цели исследования.

Когда число уровней в ряду динамики велико, целесообразно применять линейные диаграммы, которые воспроизводят непрерывность процесса развития в виде непрерывной ломаной линии. Кроме того, линейные диаграммы удобно использовать:

- если целью исследования является изображение общей тенденции и характера развития явления;
- когда на одном графике необходимо изобразить несколько динамических рядов с целью их сравнения;

- если наиболее существенным является сопоставление темпов роста, а не уровней.

Нередко на одном линейном графике приводится несколько кривых, которые дают сравнительную характеристику динамики различных показателей или одного и того же показателя в разных странах (рис. 3.11).



Рис. 3.11. Пример линейной диаграммы

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФСТС.
URL: <http://www.gks.ru>.

Структурную динамику можно наглядно изобразить с помощью графиков, представленных на следующих двух рисунках. На рис. 3.12 отражено изменение вклада каждого значения в итоговый показатель с течением времени (внешнеторговый оборот представляет собой сумму экспорта и импорта, и на рисунке наглядно представлена структура внешнеторгового оборота и ее изменение во времени).



**Рис. 3.12. Графическое изображение структурной динамики показателя
(диаграмма с областями и накоплением)**

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФСТС.
URL: <http://www.gks.ru>.

На рис. 3.13 представлена нормированная диаграмма с областями и накоплением. Она отображает изменение процентного вклада каждого значения с течением времени.



Рис. 3.13. Графическое изображение структурной динамики показателя (нормированная диаграмма с областями и накоплением)

Источник: составлено автором по данным официального сайта ФТС.
URL: <http://www.gks.ru>.

К диаграммам динамики относятся и *радиальные диаграммы*. Чаще всего радиальные диаграммы применяются для иллюстрации сезонных колебаний. Для их построения вычерчивают круг такого радиуса, чтобы при нанесении на него масштабной шкалы верхнее значение шкалы соответствовало максимальному значению показателя. Затем круг делится на 12 частей, если мы рассматриваем помесечные данные, и проставляются номера месяцев около каждого радиуса (или их название). Затем на них откладываются значения показателей соответствующих месяцев, и полученные точки соединяются. Пример построения радиальной диаграммы представлен на рис. 3.14.

Изменение объема продаж по месяцам, млн руб.

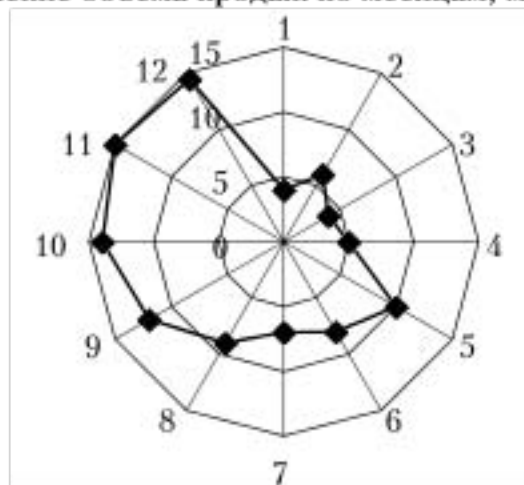


Рис. 3.14. Пример радиальной диаграммы

Радиальные диаграммы делятся на два вида: замкнутые и спиральные. На рис. 3.14 представлена замкнутая диаграмма. Спиральные диаграммы

отличаются от замкнутых тем, что в них декабрь одного года соединяется не с январем данного же года, а с январем следующего года. Это дает возможность изобразить весь динамический ряд в виде одной кривой. Особенно наглядна такая диаграмма тогда, когда наряду с сезонным ритмом ряд обнаруживает неуклонный рост из года в год.

Особое место в графическом изображении финансовой информации занимают **биржевые статистические графики**. Существуют три главных типа графического отображения стоимости — линия, бар и японская свеча. Биржевые графики свидетельствуют об изменении цены за определенный временной отрезок, например, за 5, 15, 60 мин, за день, неделю или месяц. Каждый из этих графиков дает информацию о цене открытия соответствующего периода, цене закрытия, минимальной и максимальной ценах (кроме линейного графика, который строится только на базе цен закрытия). Ценовые изменения отражаются по вертикальной шкале, а временные — по горизонтальной. На рис. 3.15 представлено, каким образом цены открытия, закрытия, минимальные и максимальные за период изображаются на графике.

Бары		Японские свечи	
Рост	Падение	Рост	Падение

Рис. 3.15. Построение биржевых графиков

На рис. 3.16 представлен пример биржевого графика (тип графика — японская свеча; инструмент — акции Сбербанка; период — месяц).

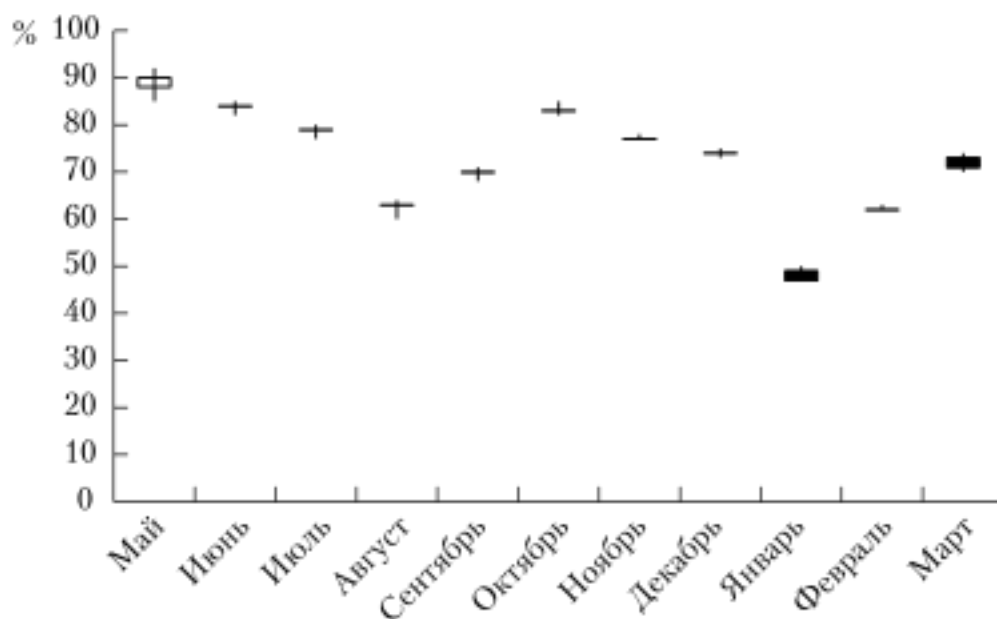


Рис. 3.16. Пример биржевого графика

Для отображения зависимости одного показателя от другого строится **диаграмма взаимосвязи**. Пример построения диаграммы взаимосвязи представлен на рис. 3.17.

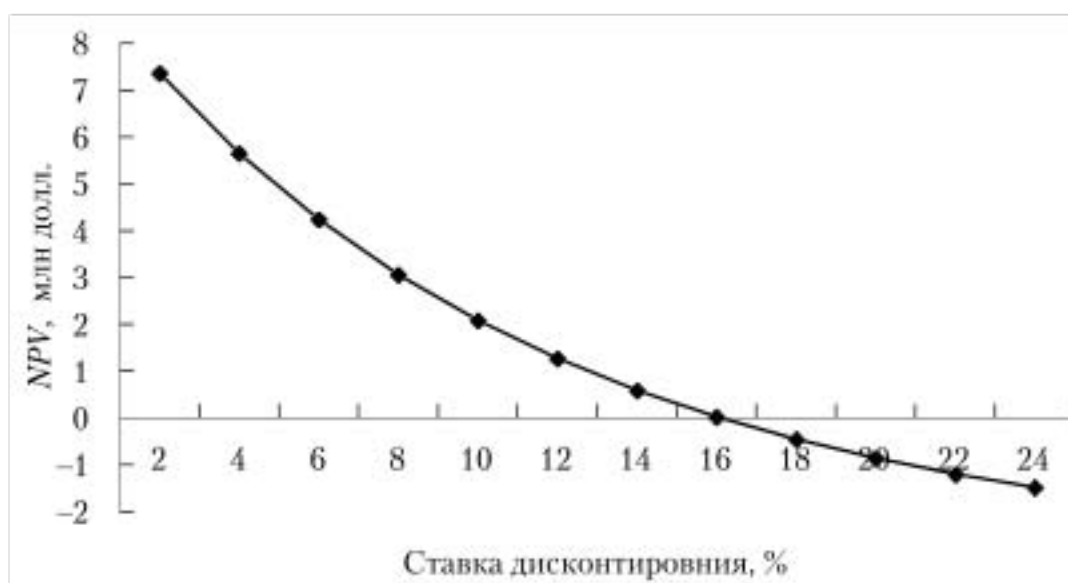


Рис. 3.17. Зависимость чистой текущей стоимости проекта от ставки дисконтирования

Статистические карты – графики количественного распределения по поверхности. Они представляют собой условные изображения статистических данных на контурной географической карте, т.е. показывают пространственное размещение и пространственную распространенность статистических данных.

Картограмма – это схематическая географическая карта, на которой штриховкой различной густоты, точками или окраской различной степени насыщенности показывается сравнительная интенсивность какого-либо показателя в пределах каждой единицы нанесенного на карту территориального деления (например, суммарная задолженность по заработной плате).

Картодиаграммы – сочетание диаграмм с географической картой. В качестве изобразительных знаков в картодиаграммах используются диаграммные фигуры (столбики, квадраты, круги, фигуры, полосы), которые размещаются на контуре географической карты. Картодиаграммы дают возможность географически отразить более сложные статистико-географические построения, чем картограммы.

Контрольные вопросы и задания

1. Каково значение статистических таблиц в изложении результатов статистической сводки?
2. Какие бывают виды таблиц?
3. Какие основные требования предъявляются к построению и оформлению статистических таблиц?
4. В чем преимущества и основные отличия графического метода от других методов представления статистической информации?

Глава 4

ОБОБЩАЮЩИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ В АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ

После изучения главы 4 студент должен:

знать

- сущность обобщающих статистических показателей;
- основы построения и расчета статистических показателей;

уметь

- исчислять различные статистические показатели (абсолютные, относительные, средние);

владеть

- методами расчета статистических показателей.
-

4.1. Классификация статистических показателей

После проведения статистического наблюдения, сводки и группировки статистических данных переходят к следующему этапу статистического исследования — вычислению и анализу обобщающих показателей.

Тема статистических показателей имеет исключительно большое значение, так как любая исследовательская и аналитическая работа базируется на использовании различных систем статистических показателей.

Статистический показатель — это качественно определенная переменная величина, количественно характеризующая объект исследования или его свойства. Качественную определенность обеспечивает набор признаков, содержащихся в его определении. Количественная определенность показателя связана с признаками места и времени. В процессе развития экономики показатели видоизменяются, появляются новые показатели, ликвидируются ранее действующие.

Учитывая сложный взаимосвязанный характер социально-экономических явлений, их нельзя охарактеризовать с помощью одного или нескольких разрозненных статистических показателей. Необходима система взаимосвязанных статистических показателей, представляющих собой статистическую модель экономики и общества.

Система статистических показателей — совокупность статистических показателей, отражающих взаимосвязи, которые существуют между явлениями.

В отличие от признака, статистический показатель получается расчетным путем.

Необходима классификация статистических показателей. Статистические показатели делятся на однородные группы по различным признакам. Таким образом, существуют различные классификации статистических показателей, основанные на различных методологических принципах.

В зависимости от применяемых *единиц измерения* различают показатели натуральные, стоимостные и трудовые.

В международной практике используются такие *натуральные единицы измерения*, как тонны, килограммы, квадратные, кубические и простые метры, мили, километры, галлоны, литры, штуки и т.д.

В группу натуральных также входят *условно-натуральные измерители*, используемые в тех случаях, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех разновидностей потребительского свойства.

В условиях рыночной экономики наибольшее значение и применение имеют *стоимостные единицы измерения*, позволяющие получить денежную оценку социально-экономических явлений и процессов.

К *трудовым единицам измерения*, позволяющим учитывать как общие затраты труда на предприятии, так и трудоемкость отдельных операций технологического процесса, относятся человеко-дни, человеко-часы, нормо-часы.

Рассмотрим применение различных единиц измерения на примере оценки готовой продукции предприятия. Готовой считается продукция, которая прошла полную обработку, сборку и укомплектование, отвечает требованиям стандартов, условиям договора, принята отделом технического контроля и сдана на склад готовой продукции или передана покупателю. В состав готовой продукции могут входить детали, узлы и полуфабрикаты, если они отправляются покупателям как запасные части или комплектующие изделия.

Каковы же единицы измерения продукции? В учете продукция отражается в натуральных, условно-натуральных единицах и в стоимостном исчислении. В качестве натуральных единиц измерения используются штуки, литры, тонны и др. С их помощью ведется аналитический учет и исчисляется количество, объем и масса продукции по ее видам, сортам, размерам и т.д.

Наряду с натуральными в ряде производств используют условно-натуральные измерители для получения обобщенных данных по выпуску однородной продукции. Пересчет продукции в условно-натуральные измерители производится с помощью коэффициентов, исчисляемых в зависимости от содержания полезного вещества в продуктах, длительности производственного цикла, трудоемкости их изготовления и т.д. Условно-натуральные единицы используются, например, в черной металлургии (пересчет всего выплавленного чугуна в передельный), на консервных предприятиях (выпуск продукции в тысячах условных банок) и др.

Наряду с натуральными и условно-натуральными измерителями используется стоимостный измеритель. С помощью стоимостного измери-

теля ведется аналитический и синтетический учет, определяются показатели выпуска продукции, объем выручки и финансовый результат от продажи продукции. При формировании стоимостных показателей продукция оценивается по нормативной (плановой) и фактической себестоимости, по продажным ценам.

Также объем продукции, работ, услуг может быть измерен в трудовых единицах (нормо-часах).

На рис. 4.1 представлены разновидности показателей выработки продукции.



Рис. 4.1. Разновидности показателей выработки продукции

По степени охвата совокупности различают индивидуальные и сводные (обобщающие) показатели.

Индивидуальные показатели характеризуют отдельный объект или отдельную единицу совокупности. Примерами индивидуальных абсолютных показателей могут служить численность промышленно-производственного персонала предприятия, прибыль от продаж или объем реализованной про-

дукции торговой фирмы, стоимость основных фондов предприятия, выработка одного продавца за конкретный период и др.

На основе соотнесения двух индивидуальных абсолютных показателей, характеризующих один и тот же объект или единицу, получают индивидуальный относительный показатель. Так, при соотнесении прибыли от продаж и выручки от продаж торговой фирмы получают рентабельность продаж данной фирмы, являющуюся индивидуальным относительным показателем. В статистике рассчитываются и индивидуальные средние показатели, но только во временном измерении (среднегодовая стоимость основных фондов предприятия).

Сводные показатели характеризуют группу единиц, представляющую собой часть статистической совокупности или всю совокупность в целом. Сводные показатели подразделяются на объемные и расчетные.

Объемные показатели получают путем сложения значений признака отдельных единиц совокупности. Полученная величина, называемая объемом признака, может выступать в качестве объемного абсолютного показателя (например, стоимость основных фондов предприятий отрасли). Также эта величина может сравниваться с другой объемной абсолютной величиной (например, со стоимостью произведенной продукции за отчетный период предприятиями отрасли), и в этом случае получают объемный относительный показатель (в данном примере — фондоемкость). Также могут рассчитываться и объемные средние показатели. В этом случае величина, полученная путем сложения значений признака отдельных единиц совокупности (в нашем примере — стоимость основных фондов предприятий отрасли), сравнивается с объемом совокупности (в данном примере — с числом предприятий). Полученная в результате средняя стоимость основных фондов является средним объемным показателем.

Расчетные показатели, вычисляемые по различным формулам, служат для решения отдельных статистических задач анализа — измерения вариации, характеристики структурных сдвигов, оценки взаимосвязи и т.д. Они также делятся на абсолютные, относительные и средние.

Обобщающие показатели играют важную роль в статистическом исследовании, которая определяется тем, что они:

- дают сводную характеристику единиц изучаемых общественных явлений;
- выражают существующие между явлениями связи и зависимости;
- характеризуют происходящие в явлениях изменения, складывающиеся закономерности их развития, т.е. выполняют экономико-статистический анализ изучаемых явлений, в том числе и на основе разложения самих обобщающих величин на составляющие их части, определяющие их факторы.

В зависимости от сферы применения различают *общетерриториальные*, характеризующие изучаемый объект или явление в целом по стране, *региональные* и *местные* (локальные) показатели, относящиеся только к какой-либо части территории или отдельному объекту.

По точности отражаемого явления различают *ожидаемые*, *предварительные* и *окончательные* величины показателей.

Важным классификационным признаком является также *временной фактор*. Социально-экономические процессы и явления могут находить свое отражение в статистических показателях либо по состоянию на определенный момент времени, как правило, на определенную дату, начало или конец месяца, года (стоимость основных фондов, дебиторская и кредиторская задолженности, наличие товарных остатков и др.), либо за определенный период — день, неделю, месяц, квартал, год (производство продукции, выручка (нетто) от продажи товаров, валовая или чистая прибыль и т.д.). В первом случае показатели являются *моментными*, во втором — *интервальными*.

В зависимости от принадлежности к одному или двум объектам изучения различают *однообъектные* и *межобъектные* показатели. Если первые характеризуют только один объект, то вторые получают в результате сопоставления двух величин, относящихся к разным объектам (соотношение численности трудовых ресурсов двух населенных пунктов, соотношение текущих продаж фирмы на региональном рынке и емкости рынка, соотношение годового выпуска продукции и среднегодовой стоимости основных средств (показатель фондоотдачи) и т.п.). Межобъектные показатели выражаются в форме относительных величин.

В зависимости от методов расчета показатели могут быть выражены *абсолютными*, *относительными* или *средними величинами*. Рассмотрим далее показатели исходя из данной классификации.

4.2. Абсолютные величины

Исходной, первичной формой выражения статистических показателей являются **абсолютные величины**. Показатели, выраженные в абсолютных величинах, называют **абсолютными показателями**. Статистическое наблюдение независимо от его масштабов и целей всегда дает информацию об изучаемых явлениях и процессах в виде абсолютных показателей. Абсолютные показатели характеризуют масштабы, объем изучаемого явления. Их широко используют в практике торговли, применяют в анализе и прогнозировании коммерческой деятельности. На их основе составляют хозяйственные договоры, оценивают объем спроса на конкретные товары, изделия и т.д.

Таким образом, абсолютные показатели являются количественной базой всех форм учета, первичная статистическая информация выражается прежде всего именно в виде абсолютных показателей. Значение этих величин на современном этапе возрастает, поскольку необходимо знать и обеспечивать увязку товарных ресурсов с доходами населения, сбалансированность спроса покупателей на конкретные товары с возможностью их производства и т.д.

Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений, их физических свойств они выражаются в натуральных, стоимостных или трудовых единицах измерения.

Абсолютные статистические показатели могут быть индивидуальными или сводными. Индивидуальные показатели получают в процессе статистического наблюдения за теми или иными явлениями как результат оценки (подсчета, замера) фиксированного интересующего количественного признака. Сводные абсолютные показатели получают в результате сводки и группировки значений индивидуальных абсолютных показателей.

Абсолютные показатели могут быть получены и расчетным путем на основе других показателей. Такие показатели имеют разностный характер и рассчитываются как разность между двумя абсолютными показателями. Например, абсолютный прирост товарно-материальных запасов определяется как разность запасов на конец и начало периода, прибыль от продаж — как валовая прибыль за вычетом управленческих и коммерческих расходов.

Однако абсолютные показатели не могут дать исчерпывающего представления об изучаемой совокупности или явлении, поскольку не могут отразить структуру, взаимосвязи, динамику. Данные функции выполняют относительные показатели, которые определяются на основе абсолютных показателей. Именно сопоставление величин и расчет их соотношения в относительных значениях обеспечивают расчет последовательности действий фирмы на рынке, помогают в принятии управленческих решений.

4.3. Относительные величины

Относительными величинами в статистике называются обобщающие показатели, характеризующие количественные соотношения двух сопоставляемых статистических величин. Показатели, выраженные в относительных величинах, называют **относительными показателями**.

В статистике относительные показатели используют в сравнительном анализе, в обобщении и синтезе. Без относительных показателей невозможно измерить интенсивность развития изучаемого явления во времени, оценить уровень развития одного явления на фоне других взаимосвязанных с ним явлений, осуществить пространственно-территориальные сравнения, в том числе и на международном уровне.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется текущим или сравниваемым. Показатель же, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется основанием или базой сравнения. Таким образом, рассчитываемая относительная величина показывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше базисного, или какую составляет от него долю, или сколько единиц первого приходится на 1, 100, 1000 и т.д. единиц второго.

В зависимости от того, какое числовое значение имеет база сравнения, результат отношения может быть выражен в форме:

- коэффициента — база сравнения принята за единицу;
- процента (%) — база сравнения принята за 100;
- промилле (‰) — база сравнения принята за 1000;
- продецимилле (‱) — база сравнения принята за 10 000.

Существуют также именованные относительные величины, полученные в результате соотнесения разноименных абсолютных показателей. Наименование такого показателя представляет собой сочетание наименований сравниваемого и базисного показателей (например, производство какой-либо продукции в соответствующих единицах измерения в расчете на душу населения, производство продукции на рубль зарплаты и т.п.).

Расчет относительных величин может быть правильным лишь при условии, что показатели, которые участвуют в расчете, являются сопоставимыми. Причины, вызывающие несопоставимость показателей, неодинаковы, например различия в методологии сбора, обработки статистической информации, в длительности периодов времени, за которые исчислены сравниваемые показатели, и др. Во всех этих случаях расчет относительных величин можно выполнять только после приведения изучаемых показателей к сопоставимому виду.

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды:

- показатели динамики;
- показатели планового задания и выполнения плана, выполнения договорных обязательств;
- показатели структуры;
- показатели координации;
- показатели интенсивности и уровня экономического развития;
- показатели сравнения.

Относительные показатели динамики показывают изменение явления во времени и определяются как отношение текущего уровня показателя к его уровню в предшествующем или базовом периоде.

Различают относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Если сравнение осуществляется с одним и тем же базисным уровнем, получают относительные показатели динамики с постоянной базой (базисные). При расчете относительных показателей динамики с переменной базой (цепных) сравнение осуществляется с предшествующим уровнем.

Пример 4.1. Воспользуемся данными табл. 4.1.

Таблица 4.1

Оборот оптовой торговли по РФ

Год	2010	2011	2012
Оборот оптовой торговли, млрд руб.	32 153,5	39 154,0	42 883,8

Рассчитаем относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения.

Решение

Цепные показатели (показатели с переменной базой сравнения):

$$K_{11/10} = \frac{39\,154,0}{32\,153,5} = 1,218; K_{12/11} = \frac{42\,883,8}{39\,154,0} = 1,095.$$

Базисные показатели (с постоянной базой сравнения):

$$K_{11/10} = \frac{39\,154,0}{32\,153,5} = 1,218; K_{12/10} = \frac{42\,883,8}{32\,153,5} = 1,334.$$

Базисная относительная величина динамики равна произведению цепных относительных величин динамики, взятых в виде коэффициентов за весь анализируемый период:

$$K_{12/11} \cdot K_{11/10} = K_{12/10}$$

Для нашего примера имеем $1,218 \cdot 1,095 = 1,334$.

Все субъекты финансово-хозяйственной деятельности, от небольших индивидуальных частных предприятий и до крупных корпораций, в той или иной степени осуществляют как оперативное, так и стратегическое планирование, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются **относительные показатели планового задания и выполнения плана**.

Относительный показатель планового задания характеризует напряженность плана, т.е. во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. Он определяется как отношение уровня, планируемого на $(i + 1)$ -й период, к уровню, достигнутому в предшествующем i -м периоде.

Относительный показатель выполнения плана отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем и определяется как отношение уровня, достигнутого в данном периоде, к уровню, планируемому на данный период.

Между относительными показателями динамики, планового задания и выполнения плана существует следующая связь:

$$\text{ОПД} = \text{ОППЗ} \cdot \text{ОПВП}, \quad (4.1)$$

где ОПД – относительный показатель динамики; ОППЗ – относительный показатель планового задания; ОПВП – относительный показатель выполнения плана.

Пример 4.2. Объем продаж предприятия в 2014 г. составил 240 тыс. руб. В 2015 г. запланировано продать продукцию на сумму 276 тыс. руб. Фактический объем продаж в 2015 г. составил 262,2 тыс. руб. Определим относительные показатели динамики, планового задания и выполнения плана.

Решение

Относительный показатель планового задания: $\text{ОППЗ} = \frac{276}{240} = 1,15$. Таким образом, по плану предусмотрено увеличение объема продаж в 1,15 раза (на 15%). Фактический объем продаж в 2015 г. оказался ниже запланированного уровня. Относительный показатель выполнения плана составил $\text{ОПВП} = \frac{262,2}{276} = 0,95$, т.е. фактический объем продаж составляет 0,95 от запланированного уровня (план не выполнен, невыполнение составило 5% от запланированного уровня). Относи-

тельный показатель динамики составил ОПД = $\frac{262,2}{240} = 1,0925$. В 2015 г. объем продаж вырос в 1,0925 раза по сравнению с 2014 г., т.е. предприятие продало продукции на 9,25% больше, чем в предыдущем году.

Проверим выполнение формулы (4.1): $1,095 = 1,15 \cdot 0,95$.

Относительный показатель выполнения договорных обязательств — показатель, характеризующий уровень выполнения предприятием своих обязательств, предусмотренных в договорах.

Расчет этого показателя производится путем соотношения объема фактически выполненных обязательств (например, объема фактической поставки товара) и объема обязательств, предусмотренных в договоре (объем поставки товаров по договору).

Относительный показатель структуры представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого и определяется как отношение показателя, характеризующего часть совокупности, к показателю по всей совокупности в целом. Рассчитанные величины показывают, какой долей обладает или какой удельный вес (если показатель выражен в процентах) имеет та или иная часть в общем итоге. Сумма относительных величин изучаемой совокупности всегда равна 1 (или 100%).

Относительные величины структуры широко используются в анализе коммерческой деятельности. Они дают возможность изучить состав товарооборота по ассортименту, состав работников предприятия по различным признакам (полу, возрасту, стажу работы), состав издержек обращения и т.д.

Одним из показателей финансовой устойчивости является коэффициент финансовой независимости (коэффициент автономии). Данный коэффициент является относительным показателем структуры и характеризует удельный вес собственного капитала в общих источниках финансирования.

Пример 4.3. Воспользуемся данными табл. 4.2.

Таблица 4.2

Аналитический бухгалтерский баланс, тыс. руб.

	На начало предыдущего года	На начало отчетного года	На конец отчетного года
АКТИВ			
I. Внеоборотные активы	2023	2934	3790
II. Оборотные активы	1718	2878	3090
БАЛАНС	3741	5812	6880
ПАССИВ			
III. Капитал и резервы	418	2050	4114
IV. Долгосрочные обязательства	300	300	300

	На начало предыдущего года	На начало отчетного года	На конец отчетного года
V. Краткосрочные обязательства	3023	3462	2466
БАЛАНС	3741	5812	6880

Рассчитаем коэффициент финансовой независимости по данным бухгалтерского баланса на конец отчетного года: $\frac{4114}{6880} = 0,598$ (59,8%). Таким образом, удельный вес собственных средств в общей сумме источников финансирования составляет 59,8%.

Относительный показатель координации представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности. При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. Относительный показатель координации показывает, во сколько раз данная часть совокупности больше части совокупности, принятой за базу.

Относительным показателем координации является коэффициент финансового левериджа, который показывает, сколько заемных средств организация привлекла на 1 тыс. руб., вложенных в активы собственных средств.

Пример 4.4. Воспользуемся данными табл. 4.2. Коэффициент финансового левериджа на конец отчетного года равен $\frac{300 + 2466}{4114} = 0,672$. Таким образом, на каждую 1 тыс. руб. вложенных в активы собственных средств организация привлекла 672 руб. заемных средств.

Пример 4.5. Имеются данные о численности мужчин и женщин в РФ в 2013, 2014 гг. (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Численность мужчин и женщин в РФ, млн чел.

Год	Мужчины	Женщины
2013	66,3	77,0
2014	66,6	77,1

Источник: официальный сайт ФСТС. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#.

Определим относительные показатели структуры и координации в 2013 и 2014 гг.

Решение

Сначала определим общую численность населения в 2013 и 2014 гг.:

2013 г.: $66,3 + 77,0 = 143,3$ (тыс. чел.);

2014 г.: $66,6 + 77,1 = 143,7$ (тыс. чел.).

Показатели структуры характеризуют удельный вес мужчин и женщин в общей численности населения:

2013 г.: удельный вес женщин $\frac{77,0}{143,3} \cdot 100\% = 53,73\%$; удельный вес мужчин $\frac{66,3}{143,3} \cdot 100\% = 46,27\%$.

2014 г.: удельный вес женщин $\frac{77,1}{143,7} \cdot 100\% = 53,65\%$; удельный вес мужчин $\frac{66,6}{143,7} \cdot 100\% = 46,35\%$.

Итак, в 2013 г. доля женщин в общей численности населения составляла 53,73%, в 2014 г. – 53,65%.

Доля мужчин в общей численности населения в 2013 г. составляла 46,27%, в 2014 г. – 46,35%.

Показатели координации характеризуют, во сколько раз численность одной группы населения превосходит численность другой группы населения.

В качестве базы сравнения примем численность мужчин и рассчитаем относительные показатели координации.

$$2013 \text{ г.: } \frac{77,0}{66,3} = 1,161.$$

$$2014 \text{ г.: } \frac{77,1}{66,6} = 1,158.$$

Итак, в 2013 г. численность женщин в 1,161 раза превосходила численность мужчин (или на 16,1%). В 2014 г. численность женщин в 1,158 раза превосходила численность мужчин (или на 15,8%).

Выберем в качестве базы сравнения численность женщин. Рассчитаем показатели координации.

$$2013 \text{ г.: } \frac{66,3}{77,0} = 0,861.$$

$$2014 \text{ г.: } \frac{66,6}{77,1} = 0,864.$$

Итак, в 2013 г. численность мужчин составляла 86,1% от численности женщин. В 2014 г. численность мужчин составляла 86,4% от численности женщин.

Относительный показатель интенсивности характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды. Данный показатель получают сопоставлением уровней двух взаимосвязанных в своем развитии явлений. Поэтому наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах, промилле, продецимилле.

Обычно относительный показатель интенсивности рассчитывается в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Примером относительных величин интенсивности может служить показатель, характеризующий число магазинов на 10 000 человек населения, или показатель, характеризующий число автомашин, приходящихся на 100 семей.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются **относительные показатели уровня экономического развития**, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения. Так как объемные показатели производства продукции по своей природе являются интервальными, а показатель численности населения — моментным, в расчетах используют среднюю за период численность населения.

Особый интерес представляет следующий показатель уровня экономического развития — валовой внутренний продукт (ВВП) на душу населения.

Объем ВВП, пересчитанный по паритету покупательной способности (ППС), показывает размеры национальных экономик в сопоставимом измерении. Данные по ППС представляют более полную и ясную картину об относительном размере экономики стран.

Ранжирование стран и групп стран (таких как ОЭСР, ЕС, страны еврозоны и т.д.) по данному показателю ведут такие организации, как Международный валютный фонд, Всемирный банк и Центральное разведывательное управление США, их списки доступны в интернет-источниках.

В рейтинге стран по ВВП на душу населения (ППС) в 2014 г. первое место принадлежит Катару (102 100 долл.), далее идут Лихтенштейн (89 400 долл.), Макао (88 700 долл.) и др.¹

В России ВВП на душу населения по ППС в 2014 г. составлял 24 800 долл. (для сравнения, в США — 54 800 долл.)².

Относительный показатель сравнения представляет собой соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т.п.).

Основным показателем международных сопоставлений является относительный показатель, характеризующий соотношение ВВП на душу населения сопоставляемой страны к базисной стране, — индекс физического объема ВВП на душу населения.

В соответствии с приведенными выше данными по ВВП на душу населения по ППС относительный показатель сравнения Российской Федерации в 2014 г. составлял 45% от уровня США ($\frac{24\,800}{54\,800} \cdot 100\% = 45\%$).

Приведем методику расчета данного показателя на примере Таджикистана и Люксембурга.

Пример 4.6. ВВП Таджикистана и Люксембурга по паритету покупательной способности в 2014 г. составляли:

Таджикистан:

- 1) ВВП по ППС — 17,3 млрд долл. США;
- 2) ВВП по ППС на душу населения — 2655 долл. США;

Люксембург:

- 1) ВВП по ППС — 42,67 млрд долл. США;
- 2) ВВП по ППС на душу населения — 93 261 долл. США.

¹ Данные ЦРУ. Источник: <http://nonews.co/directory/lists/countries/gdp-pps>.

² URL: <http://total-rating.ru/1141-vvp-stran-mira-na-dushu-naseleniya-po-pps-za-2014-god.html>.

Рассчитаем индекс физического объема ВВП на душу населения, приняв за базу ВВП на душу населения по паритету покупательной способности США.

Таджикистан: индекс физического объема ВВП на душу населения — $\frac{2655}{54\,800} \cdot 100\% = 4,8\%$.

Люксембург: индекс физического объема ВВП на душу населения — $\frac{93\,261}{54\,800} \cdot 100\% = 170\%$.

Индекс физического объема ВВП на душу населения в сопоставлениях ОЭСР, ЕС и СНГ колебался от 5% по Таджикистану до 170% по Люксембургу по сравнению с США.

В анализе показатели сравнения нашли широкое применение. Например, можно использовать относительные величины сравнения для сопоставления уровня цен на один и тот же товар, реализуемый через государственные магазины и на рынке. В этом случае за базу сравнения, как правило, принимается государственная цена.

При определении относительных величин сравнения необходимо обеспечить единство методологии исчисления абсолютных показателей, подлежащих сопоставлению.

4.4. Средние величины

В статистике большое значение имеют средние величины.

Совокупность, изучаемая по количественному признаку, состоит из индивидуальных значений; на них оказывают влияние как общие причины, так и индивидуальные условия. Простейшее обобщение любого набора данных представляет собой единственное число, которое наилучшим образом представляет все значения набора данных. Такое число можно было бы назвать типическим значением для данного набора данных. В нем отклонения, характерные для индивидуальных значений, погашаются; являясь функцией множества индивидуальных значений, это число представляет всю совокупность и отражает то общее, что присуще всем ее единицам.

Средняя величина — это обобщающий показатель, характеризующий типический уровень явления в конкретных условиях места и времени.

Практическое значение средних величин как обобщающих характеристик явлений и процессов чрезвычайно широко. В средних величинах отражаются важнейшие показатели товарооборота, товарных запасов, цен. Средними величинами характеризуются качественные показатели коммерческой деятельности: издержки обращения, прибыль, рентабельность и др.

Например, фирма интересуется, сколько в целом тратят на медицинские товары жители города. Анализ случайной выборки из 500 человек, живущих в городе, показал, что в прошлом квартале каждый из них потратил в среднем 350 руб. Естественно, кто-то потратил больше, кто-то меньше этого среднего значения. Вместо того чтобы работать со всеми индивидуальными значениями (со всеми 500 числами), мы используем среднее для определения типического значения индивидуальных расходов каждого по-

требителя. Оценка затрат на медицинские товары жителей города может быть определена как произведение среднего значения расходов одного человека из выборки на численность населения города. Таким образом получают прогноз суммарных продаж, который является приемлемым и, вероятно, полезным. Понятно, что этот прогноз не является точным. В гл. 7 будет рассмотрено, как учитывать статистическую ошибку, возникающую при распространении результата, полученного для выборки, на все население.

Типичность средней непосредственным образом связана с однородностью статистической совокупности. Средняя величина только тогда будет отражать типичный уровень признака, когда она рассчитана по качественно однородной совокупности. Так, если мы рассчитаем средний курс по акциям всех предприятий, реализуемых в данный день на данной бирже, то получим фиктивную среднюю. Это будет объясняться тем, что используемая для расчета совокупность является крайне неоднородной. В этом и подобных случаях метод средних используется в сочетании с методом группировок: если совокупность неоднородна — общие средние должны быть заменены или дополнены групповыми средними, т.е. средними, рассчитанными по качественно однородным группам.

Общая средняя — средняя, рассчитанная по совокупности в целом.

Групповая средняя — средняя, исчисленная для каждой группы. Она характеризует размер явления, наблюдаемого в конкретных условиях.

Среднее значение можно назвать типическим значением для данного набора данных. Если не все значения в наборе данных одинаковы, то мнения о «наиболее типическом» могут быть разными. Существуют следующие виды такой обобщающей меры:

- степенные средние;
- структурные средние.

Первая категория *степенных средних* включает следующие виды средних:

- средняя арифметическая;
- средняя гармоническая;
- средняя геометрическая;
- средняя квадратическая, кубическая и т.д.

Перечисленные средние величины можно рассчитать по общей формуле средней степенной (при различной величине k):

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum_i x_i^k f_i}{\sum_i f_i}}, \quad (4.2)$$

где \bar{x} — средняя степенная; k — показатель степени, позволяющий определить вид средней; x_i — вариант (значение, которое принимает признак); f_i — частота, или статистический вес варианта.

При подстановке в формулу (4.2) значения $k = 1$ получается средняя арифметическая, значения $k = -1$ — средняя гармоническая, значения $k = 0$ — средняя геометрическая, значения $k = 2$ — средняя квадратическая и т.д.

Средние арифметическая, гармоническая и квадратическая будут подробно рассмотрены в гл. 5.

Получим формулу средней геометрической простой, подставив в формулу $\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k}{n}}$, значение $k = 0^1$:

$$\bar{x} = \sqrt[0]{\frac{\sum x^0}{n}} = \left(\frac{\sum x^0}{n}\right)^{1/0} = \left(\frac{n}{n}\right)^\infty = 1^\infty.$$

Для того чтобы раскрыть неопределенность этого вида, прологарифмируем обе части формулы степенной средней (4.2):

$$\ln \bar{x} = \frac{\ln \sum x^k - \ln n}{k}.$$

Если подставить в это равенство значение $k = 0$, получим неопределенность вида $\frac{0}{0}$. Используем правило Лопиталья (при некоторых условиях предел отношения функций равен пределу отношения их производных) и продифференцируем отдельно числитель и знаменатель по переменной k . Получим:

$$\lim_{k \rightarrow 0} (\ln \bar{x}) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{(\ln \sum x^k - \ln n)'}{k'} = \frac{\sum \ln x}{n}.$$

Следовательно, при $k = 0$

$$\ln \bar{x} = \frac{\sum \ln x}{n}.$$

Потенцируя, находим:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}.$$

Полученная формула и является средней геометрической простой.

Расчет средней геометрической взвешенной осуществляется по формуле:

$$\bar{x} = \sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f_i]{\prod_{i=1}^n x_i^{f_i}}.$$

Наиболее широкое применение этот вид средней получил в анализе динамики для определения среднего темпа роста, что будет рассмотрено в соответствующей главе.

Правило мажорантности средних величин следующее:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} < \bar{x}_{\text{геом}} < \bar{x}_{\text{арифм}} < \bar{x}_{\text{кв}}.$$

¹ Теория статистики : учебник / под редакцией проф. Г. Л. Громыко. М. : ИНФРА-М, 2000. С. 65.

Вторая категория — *структурные средние*. Среди них наиболее распространены мода и медиана. Если же возникает необходимость изучить структуру ряда более подробно, вычисляют квантили, или градиенты. Квартили, квинтили, децили — частные случаи квантилей.

При осреднении уровней динамических рядов применяются различные виды средней хронологической.

Более подробно средние величины будут рассмотрены в последующих главах (степенные и структурные средние — в гл. 5, средние хронологические — в гл. 6).

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение статистического показателя. Какова роль и значение статистических показателей в экономико-статистическом исследовании?
2. Расскажите о системе статистических показателей.
3. Назовите формы выражения статистических показателей. Дайте определение абсолютным, относительным, средним величинам. Для каких целей они используются?
4. Назовите, на какие виды подразделяются статистические показатели по степени охвата совокупности.
5. Какие виды относительных величин вы знаете? Раскройте цели применения различных видов относительных величин.
6. Дайте определения моментных и интервальных статистических показателей.
7. Какие величины (абсолютные, относительные или средние) являются исходной, первичной формой выражения статистических показателей?
8. В каких единицах измерения выражаются относительные показатели?
9. Что такое средние величины? Какие существуют средние величины и какова их роль и значение?
10. Охарактеризуйте взаимосвязь относительных показателей динамики, планового задания и выполнения плана.

Глава 5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАЦИИ В КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

После изучения главы 5 студент должен:

знать

- методику расчета среднего уровня вариационного ряда;
- основы построения, расчета, анализа основных показателей вариации;

уметь

- производить оценку основных характеристик вариационного ряда: среднего значения, моды, медианы, размаха вариации, дисперсии, среднего квадратического отклонения, коэффициента вариации;

владеть

- навыками анализа вариационных рядов.
-

5.1. Основные показатели среднего уровня вариационного ряда

Единицы изучаемой совокупности обладают интересующим нас признаком в разной мере. Для каждой единицы совокупности данный признак принимает различные значения в зависимости от конкретных условий, в которых находится изучаемая единица совокупности, и от особенностей ее собственного развития. Несовпадение уровней одного и того же показателя у отдельных единиц совокупности называется **вариацией признака**.

Для выявления характера распределения единиц совокупности по варьирующим признакам, определения закономерности в этом распределении строят ряды распределения единиц совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Ряды распределения, построенные по количественному признаку, называются вариационными.

Конструктивно вариационный ряд состоит из двух столбцов: один столбец — значения варьирующего признака (x — варианты), второй — частоты (f — абсолютное число случаев данного варианта) или частоты (w — относительная доля каждой частоты в общей сумме частот).

Напомним, что вариационные ряды по способу построения бывают дискретные и интервальные.

Характер распределения дискретного вариационного ряда можно показать графически в виде **полигона распределения**. По оси x откладывают варианты, а по оси y — частоты.

Пример 5.1. Распределение продавцов одного из спортивных магазинов по возрасту (лет) характеризуется данными, представленными в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Распределение продавцов спортивного магазина по возрасту

Возраст продавцов, лет	17	18	19	20	21	22	23	24	Всего
Число продавцов	20	80	90	110	130	170	90	60	750

Построим полигон распределения продавцов магазина по возрасту. По оси x откладываем варианты — возраст продавцов, а по оси y откладываем частоты — количество продавцов данного возраста (рис. 5.1).

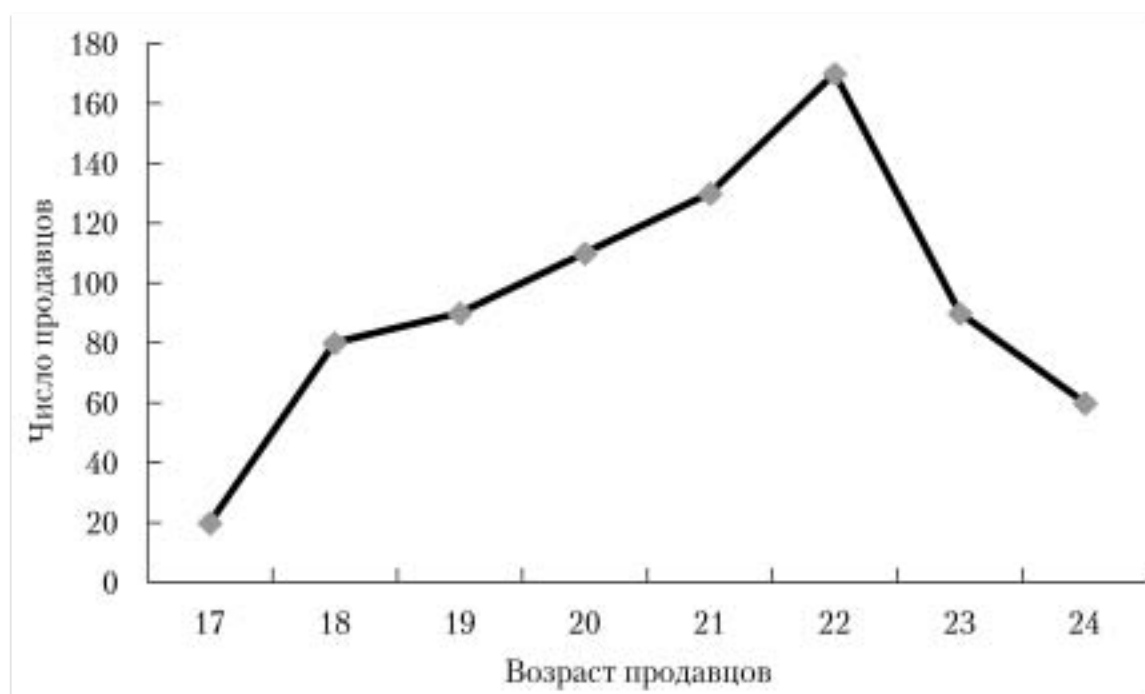


Рис. 5.1. Полигон распределения продавцов магазина по возрасту

Характер распределения интервального вариационного ряда можно показать графически в виде **гистограммы распределения**. Для интервального ряда с равными интервалами на оси x откладывают отрезки, равные длине интервала. На этих отрезках, как на основаниях, строят прямоугольники, высота которых пропорциональна частоте или частости. Для интервального ряда с неравными интервалами на оси ординат откладывают плотности распределения, так как в этом случае именно плотность распределения дает представление о заполненности каждого интервала. Площадь всей гистограммы численно равна сумме частот, или численности единиц в совокупности (если на оси ординат отложить частоты).

Ряды распределения могут изображаться в виде **кумуляты накопленных частот**. Накопленная частота показывает число единиц совокупности, у которых значение варианта не больше данного. Накопленная частота для данного варианта или для верхней границы данного интервала получается суммированием (накапливанием) частот всех предшествующих вариантов (интервалов), включая данный. Если вместо частот использовать частоты, то аналогично получим накопленные частоты. При графическом изображении кумуляты по оси x откладывают варианты ряда, а затем в этих точках выстраивают перпендикуляры, длина которых равна величине накопленных частот в верхних границах интервалов.

Пример 5.2. Распределение сотрудников малого предприятия по величине заработной платы представлено в табл. 5.2

Таблица 5.2

Распределение сотрудников малого предприятия по величине заработной платы

Зарботная плата, тыс. руб. (вариант)	0–20	20–40	40–60	60–80
Количество сотрудников, чел. (частота)	5	17	23	5
Накопленная частота	5	22	45	50

Гистограмма распределения представлена на рис. 5.2.

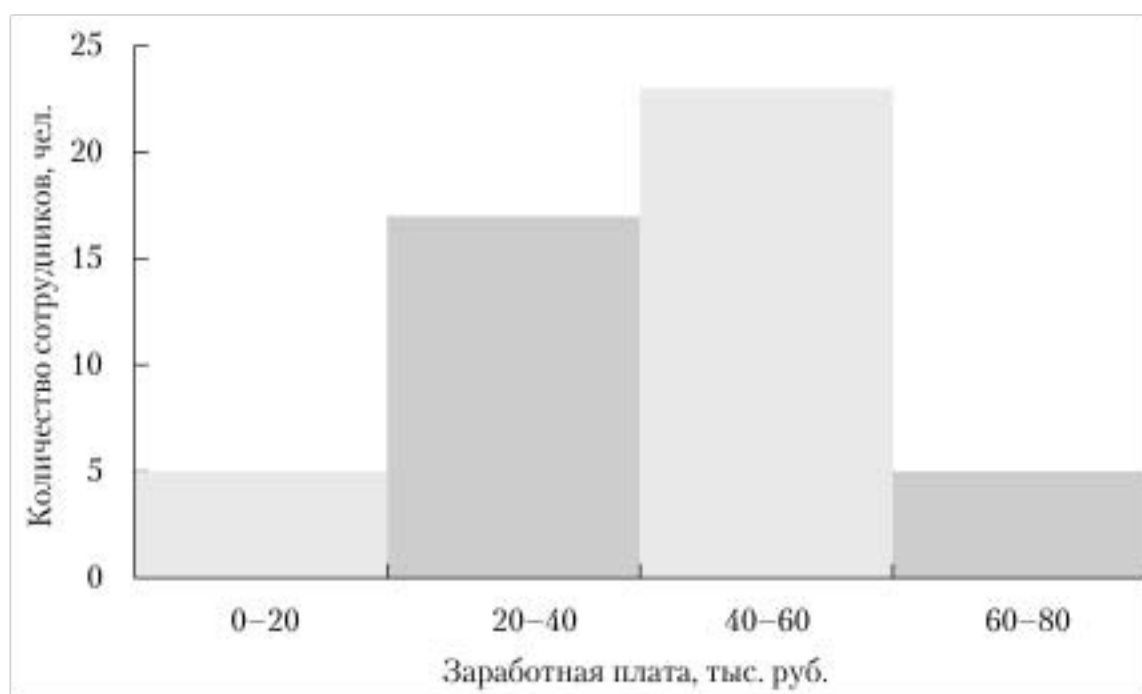


Рис. 5.2. Гистограмма распределения сотрудников малого предприятия по величине заработной платы

Построим кумуляту распределения. По оси x откладываем величину заработной платы. По оси y при значении x , равном верхней границе интервала, откладываем накопленную частоту данного интервала (рис. 5.3).

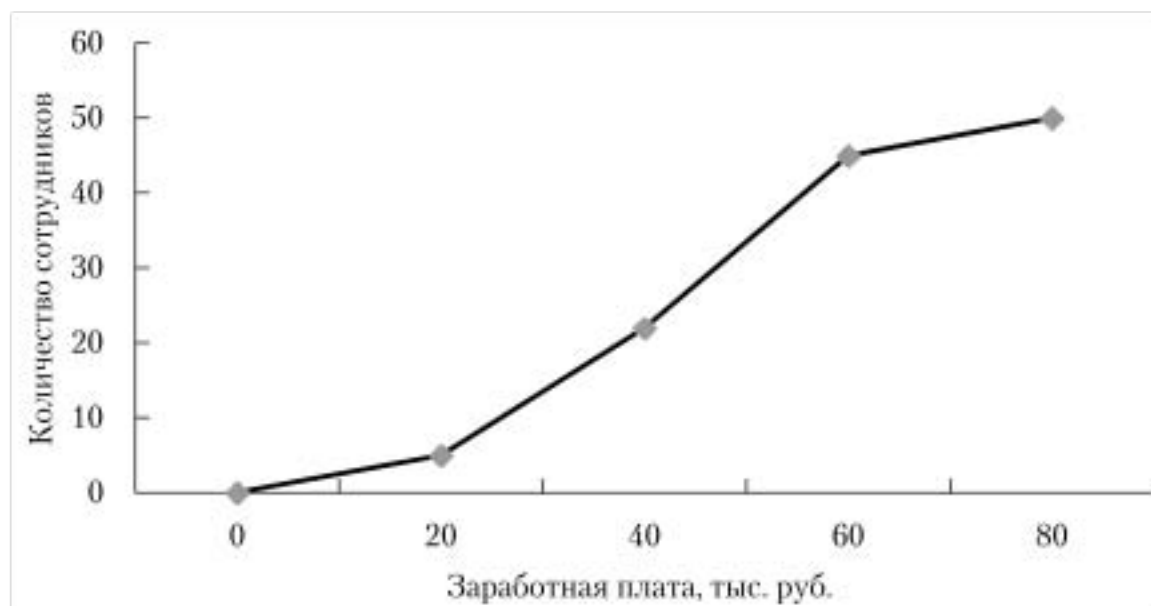


Рис. 5.3. Кумулята распределения сотрудников малого предприятия по величине заработной платы

Как отмечалось выше, в статистике применяются различные виды средних величин.

Рассмотрим **степенные средние**.

В зависимости от характера имеющихся данных степенные средние могут быть простыми или взвешенными. В тех случаях, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным, используется простая средняя. Но чаще при расчете средних величин отдельные значения осредняемого признака могут повторяться, встречаться по несколько раз. В подобных случаях расчет средней производится по сгруппированным данным или вариационным рядам. В этих случаях рассчитывают взвешенные средние.

Самым распространенным видом средней является **средняя арифметическая**. Расчет средней арифметической осуществляется по следующим формулам.

Средняя арифметическая простая

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где n — число вариантов.

Средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

В отдельных случаях веса могут быть представлены не абсолютными, а относительными величинами — частотами. При замене частот на частоты средняя величина характеристики не изменится, а формула примет вид

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}.$$

При этом упрощаются расчеты, так как $\sum_{i=1}^n w_i$ составляет единицу, или 100%.

Рассмотрим сначала простую среднюю арифметическую.

Пример 5.3. Каждая партия изделий, выпускаемых предприятием содержит 1000 изделий. За день было произведено 10 партий. При проведении контроля качества были получены следующие данные (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Число бракованных изделий в партии для примера 5.3

№ партии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число бракованных изделий	3	5	8	0	2	14	7	6	1	4

Рассчитаем среднее число бракованных изделий в партии:

$$\bar{x} = \frac{3+5+8+0+2+14+7+6+1+4}{10} = 5.$$

Таким образом, в среднем каждая партия содержит пять бракованных изделий. Иными словами, уровень брака составляет пять изделий на тысячу, или 0,5%.

Пример 5.4. Предположим, что за день производится 120 партий. В данном случае вычислить среднее число бракованных изделий удобнее по сгруппированным данным (табл. 5.4).

Таблица 5.4

Число бракованных изделий в партии для примера 5.4

Число бракованных изделий (варианты x_i)	Число партий (частоты f_i)	Удельный вес числа партий в общем числе (частоты w_i)
0	5	4,167
1	7	5,833
3	12	10
4	24	20
6	22	18,333
8	11	9,167
9	14	11,667
10	12	10
11	4	3,333
13	5	4,167

Число бракованных изделий (варианты x_i)	Число партий (частоты f_i)	Удельный вес числа партий в общем числе (частоты w_i)
14	3	2,5
15	1	0,833

Тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 7 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 24 + 6 \cdot 22 + 8 \cdot 11 + 9 \cdot 14 + 10 \cdot 12 + 11 \cdot 4 + 13 \cdot 5 + 14 \cdot 3 + 15 \cdot 1}{5 + 7 + 12 + 24 + 22 + 11 + 14 + 12 + 4 + 5 + 3 + 1} \approx 6,4$$

или на основе данных столбца 3 табл. 5.4

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{0 + 5,833 + 30 + 80 + 109,998 + 73,336 + 105,003 + 100}{100} + \frac{36,663 + 54,171 + 35 + 12,495}{100} \approx 6,4.$$

В ряде случаев роль весов при исчислении средней играют какие-либо другие величины. Например, при исчислении средней урожайности правильным будет взвешивание по размеру посевной площади, а не по числу участков.

Пример 5.5. В табл. 5.5 приведено распределение 15 хозяйств по урожайности подсолнечника.

Таблица 5.5

Распределение хозяйств по урожайности подсолнечника

Урожайность, ц/га	Число хозяйств	Посевная площадь под подсолнечником по группам хозяйств, га
7	3	50
10	4	110
13	6	200
16	2	120

Рассчитаем среднюю урожайность подсолнечника:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 50 + 10 \cdot 110 + 13 \cdot 200 + 16 \cdot 120}{50 + 110 + 200 + 120} = \frac{5970}{480} = 12,44 \text{ ц/га.}$$

Как очевидно, в числителе формулы стоит общий валовый сбор подсолнечника, а в знаменателе — общая посевная площадь.

Таким образом, вопрос о весах, которые должны быть приняты при исчислении средней, определяется исходной информацией.

Часто вычисление средних величин приходится производить и по данным, сгруппированным в виде интервальных рядов распределения.

Пример 5.6. Провели группировку предприятий региона по объему товарооборота, данные представлены в табл. 5.6.

Таблица 5.6

Распределение предприятий региона по объему товарооборота

Группы предприятий по объему товарооборота, млн руб., x_i	Число предприятий f_i	Середина интервала x'_i	$x'_i f_i$
До 200	12	150	1800
200–300	10	250	2500
300–400	15	350	5250
400–500	11	450	4950
500–600	8	550	4400
600 и более	4	650	2600
Итого	60		21 500

Для вычисления средней величины надо в каждом интервале определить срединное значение x'_i , после чего произвести взвешивание обычным порядком. В закрытом интервале срединное значение определяется как полусумма значений верхней и нижней границ. Величины открытых интервалов (первого и последнего) условно приравниваются к величинам интервалов, примыкающих к ним (второго и предпоследнего). Таким образом, объем товарооборота в среднем на одно предприятие составит

$$\bar{x} = \frac{21\,500}{60} = 358,3 \text{ млн руб.}$$

При расчете статистических показателей помимо средней арифметической могут использоваться и другие виды средних. Однако в каждом конкретном случае в зависимости от характера имеющихся данных существует только одно истинное среднее значение показателя, являющееся следствием реализации его исходного соотношения.

Расчет **средней гармонической** осуществляется по следующим формулам. Средняя гармоническая простая

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Средняя гармоническая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{x_i}}$$

где V_i – веса для обратных значений x_i .

Поясним приведенные формулы.

Для определения средней арифметической необходимо иметь ряд вариантов и частот, т.е. значения x_i и f_i . В некоторых случаях известны индивидуальные значения признака x_i и произведения $x_i f_i$, а частоты f_i неизвестны. Чтобы рассчитать среднюю, обозначим произведение $V_i = f_i x_i$, откуда $f_i = \frac{V_i}{x_i}$.

Теперь преобразуем формулу средней арифметической таким образом, чтобы по имеющимся данным x и V исчислить среднюю: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum V_i}{\sum \frac{V_i}{x_i}}$.

Средняя в такой форме называется средней гармонической взвешенной.

Средняя гармоническая простая используется значительно реже. Она может использоваться вместо взвешенной в тех случаях, когда значения V_i для единиц совокупности одинаковы или равны единице.

Итак, выбор вида средней арифметической или гармонической обусловлен наличием исходных данных. Если имеются данные для числителя, применяют среднюю гармоническую, если для знаменателя — среднюю арифметическую.

Пример 5.7. Товар А реализуется на двух оптовых рынках. Предположим, имеются следующие данные (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Средние цены оптовых рынков на товар А для примера 5.7

Оптовый рынок	Выручка от продаж, руб.	Средняя цена, руб/шт.
I	1 200 000	1200
II	2 500 000	1000

Определим среднюю цену данного товара по двум оптовым рынкам, вместе взятым. В данном случае для расчета средней цены надо применить среднюю гармоническую (нам известен числитель — выручка от продаж, а знаменатель — объем продаж — надо найти):

$$\bar{x} = \frac{1\,200\,000 + 2\,500\,000}{\frac{1\,200\,000}{1200} + \frac{2\,500\,000}{1000}} = \frac{3\,700\,000}{1000 + 2500} = 1057 \text{ руб.}$$

Пример 5.8. Изменим исходные данные предыдущего примера (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Средние цены оптовых рынков на товар А для примера 5.8

Оптовый рынок	Объем продаж, шт.	Средняя цена, руб/шт.
I	1000	1200
II	2500	1000

Теперь нам известен знаменатель — объем продаж, а числитель следует найти. Применим среднюю арифметическую:

$$\bar{x} = \frac{1200 \cdot 1000 + 1000 \cdot 2500}{1000 + 2500} = 1057 \text{ руб.}$$

В основе вычислений ряда сводных расчетных показателей лежит **средняя квадратическая**. Наиболее широко этот вид средней используется при расчете показателей вариации. Расчет средней квадратической осуществляется по следующим формулам.

Средняя квадратическая простая

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

Средняя квадратическая взвешенная

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

В статистическом анализе также применяются степенные средние 3-го и более высоких порядков.

Для характеристики структуры совокупности применяются **структурные средние**. Как уже говорилось, наиболее часто в экономической практике применяются такие структурные средние, как мода и медиана.

Мода — наиболее часто встречающееся значение признака. Мода используется, например, при изучении покупательского спроса (при определении размеров одежды и обуви, пользующихся наибольшим спросом у покупателей), при анализе цен (фиксируя средние цены товаров или продуктов на рынке, записывают наиболее часто встречающуюся цену на тот или иной товар — моду цены) и т.д.

Для дискретного ряда мода находится непосредственно по определению.

Для интервального ряда с равными интервалами сначала определяется модальный интервал, которому соответствует максимальная частота. Внутри модального интервала значение моды определяется по формуле

$$M_o = x_0 + h \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}, \quad (5.1)$$

где x_0 — нижняя граница модального интервала; h — длина модального интервала; f_{M_o} — частота модального интервала; f_{M_o-1} — частота интервала, предшествующего модальному; f_{M_o+1} — частота интервала, следующего за модальным.

Для интервального ряда с неравными интервалами модальный интервал определяется по наибольшей плотности распределения. Строго го-

вора, мода – это значение признака, которому соответствует максимальная плотность распределения. Поэтому в формуле моды (5.1) вместо частот $f_{M_0}, f_{M_0-1}, f_{M_0+1}$ следует взять плотности распределения $y_{M_0}, y_{M_0-1}, y_{M_0+1}$.

Можно рассчитать как абсолютную, так и относительную плотность распределения. *Абсолютная плотность распределения* – это частота, приходящаяся на единицу длины интервала, т.е. $\frac{f_i}{h_i}$, а *относительная плотность распределения* – это частота, приходящаяся на единицу длины интервала, т.е. $\frac{w_i}{h_i}$.

Графически моду определяют по гистограмме распределения. Для того чтобы определить моду, на гистограмме берут самый высокий прямоугольник, который и является модальным, далее верхнюю правую вершину модального прямоугольника соединяют с верхней правой вершиной предшествующего прямоугольника, а верхнюю левую вершину модального прямоугольника – с верхней левой вершиной последующего прямоугольника. Абсцисса точки пересечения этих отрезков и будет модой распределения.

Рассмотрим определение моды в дискретном ряду.

Пример 5.9. В табл. 5.8 приведены данные о сроках погашения задолженностей по коммерческому кредиту.

Таблица 5.8

Статистическая оценка сроков погашения задолженностей по коммерческому кредиту

Срок оплаты в днях	10	14	15	18	20
Число случаев наблюдения	33	29	25	37	26

Мода отражает наиболее часто встречающееся значение признака в вариационном ряду. Из приведенного вариационного ряда очевидно, что наиболее часто встречающейся величиной, т.е. модой этого ряда, является срок оплаты 18 дней (частота – 37 случаев наблюдения).

Рассмотрим определение моды в интервальном ряду.

Пример 5.10. В табл. 5.9 приведены данные о числе рабочих на предприятиях региона.

Таблица 5.9

Распределение предприятий по числу рабочих

Группы предприятий по числу рабочих	Число предприятий	Группы предприятий по числу рабочих	Число предприятий
100–200	2	500–600	18
200–300	4	600–700	14
300–400	5	700–800	2
400–500	10		

Модальным интервалом является интервал с наибольшей частотой. Из приведенного вариационного ряда очевидно, что наибольшая частота (18) соответствует интервалу 500–600. Это означает, что чаще всего встречаются предприятия с численностью рабочих от 500 до 600 чел. Данный интервал и является модальным. Внутри модального интервала значение моды определяется по формуле (5.1):

$$M_o = 500 + 100 \frac{18 - 10}{(18 - 10) + (18 - 14)} = 567.$$

Следовательно, из этой группы наиболее типичным является предприятие с численностью рабочих 567 чел.

Определим моду для этого вариационного ряда графическим способом. Для этого необходимо построить гистограмму распределения. Гистограмма представлена на рис. 5.3. Выбираем самый высокий прямоугольник, который и является модальным. Его верхнюю правую вершину соединяем с верхней правой вершиной прямоугольника, предшествующего ему, а верхнюю левую вершину — с верхней левой вершиной прямоугольника, следующего за ним. Абсцисса точки пересечения этих отрезков и будет модой распределения.

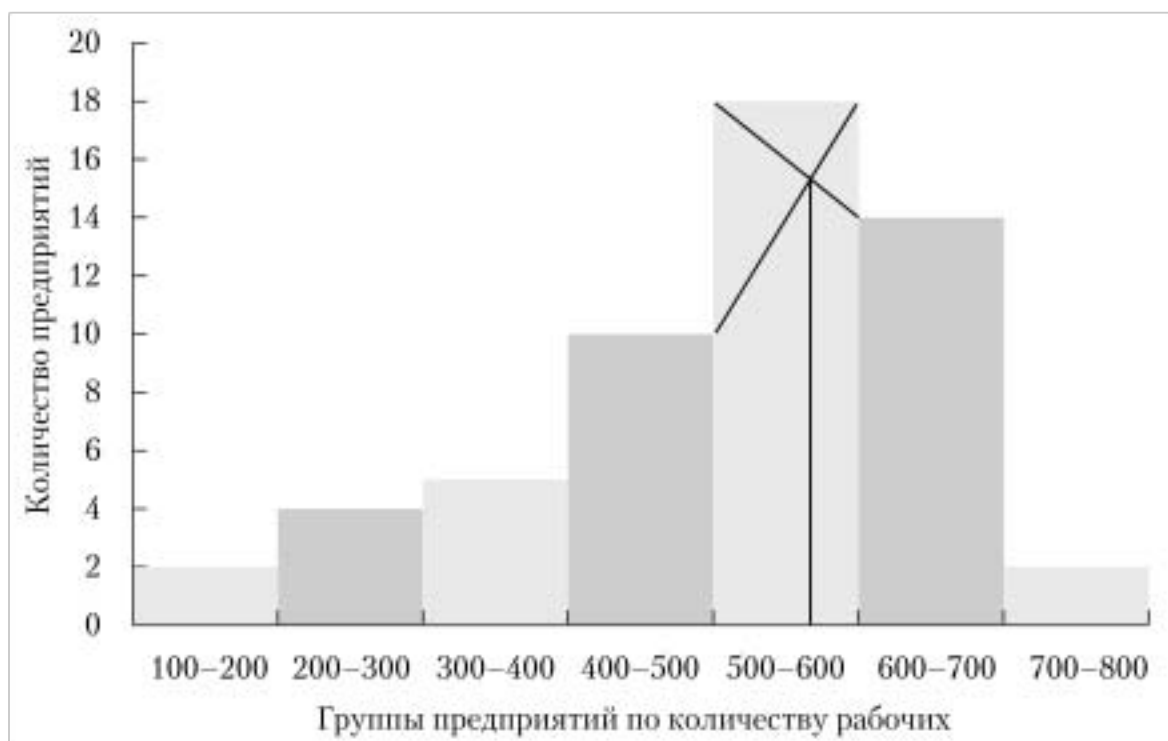


Рис. 5.4. Гистограмма распределения

Таким образом, графически мы также получили значение моды 567 чел.

Медиана — значение варьирующего признака, приходящегося на середину ранжированной совокупности. Таким образом, в ранжированном ряду распределения одна половина ряда имеет значения признака меньше медианы, а вторая — больше медианы.

В дискретном ряду медиана находится непосредственно на основе накопленных частот.

Для интервального ряда сначала определяется медианный интервал. Медианному интервалу соответствует первый из интервалов, для которого

накопленная сумма частот превышает половину общей совокупности наблюдений. Внутри найденного интервала медиана находится по формуле

$$Me = x_0 + h \frac{\frac{1}{2} \sum_i f_i - F_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (5.2)$$

где x_0 — нижняя граница медианного интервала; h — длина медианного интервала; f_{Me} — частота медианного интервала; F_{Me-1} — накопленная частота интервала, предшествующего медианному.

В интервальном ряду медиану можно определить графически по **кумуляте**. Для определения медианы по кумуляте из точки на шкале накопленных частот (частостей), соответствующей номеру медианы, проводится прямая, параллельная оси абсцисс, до пересечения с кумулятой. Затем из точки пересечения указанной прямой с кумулятой опускается перпендикуляр на ось абсцисс. Абсцисса точки пересечения и является медианной.

Пример 5.11. Найдем медиану для дискретного вариационного ряда, представленного в табл. 5.8. Общее число случаев наблюдения 150. Для определения медианного значения признака по следующей формуле находят номер медианной единицы ряда:

$$N_{Me} = \frac{N + 1}{2},$$

где N — объем совокупности.

Следовательно, номер медианы для нашего ряда $\frac{150 + 1}{2} = 75,5$. Полученное дробное значение, всегда имеющее место при четном числе единиц в совокупности, указывает, что точная середина находится между 75-м и 76-м случаями наблюдения. Накапливаем частоты до тех пор, пока не будет превзойден номер медианы. Представим результаты расчета в табл. 5.10.

Таблица 5.10

**Статистическая оценка сроков погашения задолженностей
по коммерческому кредиту**

Срок оплаты в днях	10	14	15	18	20
Число случаев наблюдения	33	29	25	37	26
Накопленная частота	33	62	87	124	150

Итак, в 33 случаях срок оплаты составлял не более 10 дней, в 62 случаях — не более 14 дней, в 87 случаях — не более 15 дней. То есть в 63-м, 64-м, ..., 86-м, 87-м случаях срок оплаты составлял 15 дней, значит, 75-й и 76-й случаи наблюдения находятся в этой группе. Таким образом медиана данного ряда равна 15.

Пример 5.12. Рассмотрим определение медианы в интервальном ряду, представленном в табл. 5.9. Прежде всего найдем медианный интервал. Для определения медианного интервала необходимо определять накопленную частоту каждого последующего интервала до тех пор, пока она не превысит $1/2$ суммы накопленных частот. В нашем случае общее число предприятий 55, следовательно, номер медианы $\frac{55 + 1}{1} = 28$.

На основании накопленных частот (табл. 5.11) определяем, что 28-е предприятие находится в интервале 500–600.

Таблица 5.11

Распределение предприятий по числу рабочих

Группы предприятий по числу рабочих	Число предприятий	Накопленная частота
100–200	2	2
200–300	4	6
300–400	5	11
400–500	10	21
500–600	18	39
600–700	14	53
700–800	2	55

Точное нахождение медианы на данном интервале осуществляется по формуле (5.2):

$$Me = 500 + 100 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 55 - 21}{18} = 536 \text{ рабочих.}$$

Таким образом, на 50% предприятий число рабочих меньше 536 чел., а на 50% предприятий – больше.

Определим медиану для этого вариационного ряда графическим способом. Для этого необходимо построить кумуляту (рис. 5.5). Из точки на шкале накопленных частот, соответствующей частоте, равной 50%, проводится прямая, параллельная оси абсцисс, до пересечения с кумулятой. Из точки пересечения указанной прямой с кумулятой опускается перпендикуляр на ось абсцисс. Абсцисса точки пересечения и является медианной.

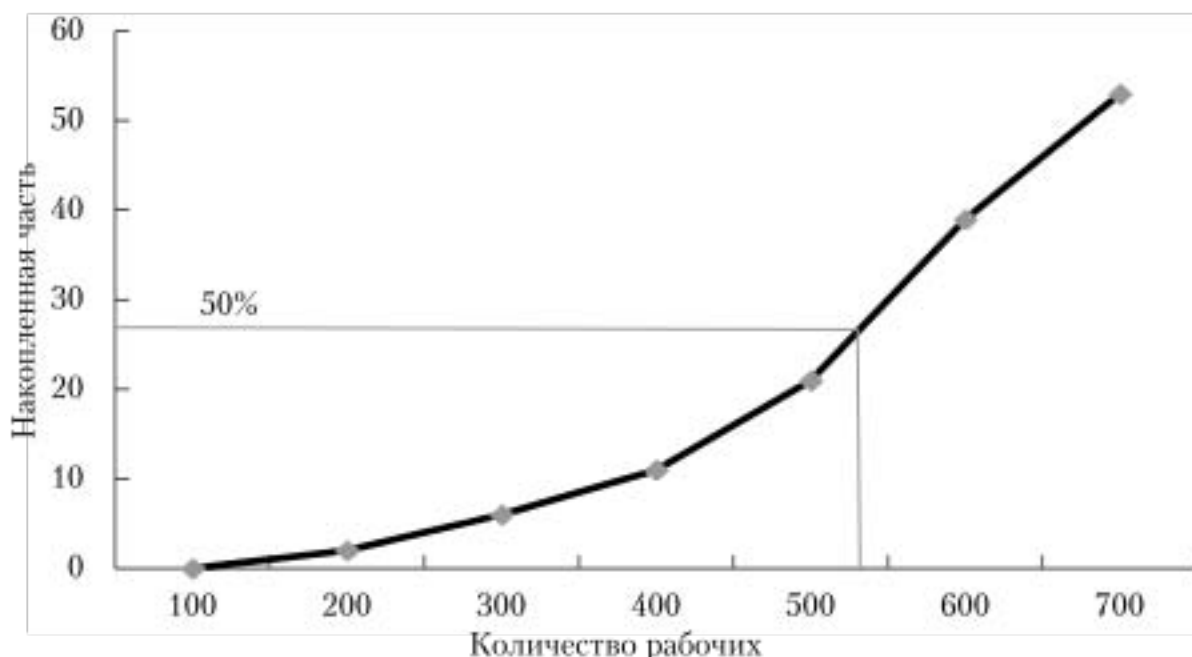


Рис. 5.5. Кумулята для примера 5.11

Таким образом, мы тоже получили значение медианы 536 рабочих.

Если мода отражает типичный, наиболее распространенный вариант значения признака, то медиана практически выполняет функции средней для неоднородной, не подчиняющейся нормальному закону распределения совокупности. Она также используется в тех случаях, когда средняя не позволяет объективно оценить исследуемую совокупность вследствие сильного влияния максимальных и минимальных значений. Проиллюстрируем познавательное значение медианы следующим примером.

Пример 5.13. Допустим, нам необходимо дать характеристику заработной платы группы людей, насчитывающей 100 чел., из которых 99 имеют заработную плату в интервале от 100 до 400 долл. в месяц, а заработная плата последнего составляют 50 000 долл. (табл. 5.12).

Таблица 5.12

Распределение служащих по заработной плате

Размер заработной платы, долл.	100	150	250	400	50 000
Число служащих, чел.	20	28	26	25	1
Накопленные частоты	20	48	74	99	100

Если мы воспользуемся средней арифметической, то получим среднюю заработную плату, равную

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 20 + 150 \cdot 28 + 250 \cdot 26 + 400 \cdot 25 + 50\,000 \cdot 1}{100} = 727 \text{ долл.}$$

Средняя заработная плата не только в несколько раз меньше заработной платы 100-го человека, но и имеет мало общего с заработной платой остальной части группы. Медиана же, равная в данном случае 250 долл., позволит дать объективную характеристику уровня заработной платы 99% данной совокупности людей. Мода, равная 150 долл., показывает, что больше всего сотрудников имеют заработную плату в размере 150 долл.

Какой из трех показателей (среднее, моду, медиану) следует использовать в конкретных обстоятельствах? Насколько эти три характеристики вариационного ряда отличаются между собой?

Если распределение близко к нормальному, то разница небольшая, поскольку каждая из характеристик стремится к четко выраженной середине.

Однако в случае асимметричного распределения данных эти характеристики могут заметно различаться, как мы уже показали в предыдущем примере.

Среднее следует использовать, когда распределение набора данных близко к нормальному, поскольку в этом случае среднее является самой эффективной характеристикой. Среднее также следует вычислять и в тех ситуациях, где необходимо сохранить или предсказать общую сумму значений данных, так как другие характеристики не позволяют это сделать.

Медиана служит хорошей характеристикой асимметричного распределения, поскольку на нее не влияет небольшое число данных с высокими (или низкими) значениями. В случае сильной асимметрии медиана значительно

лучше, чем среднее, характеризует большинство данных. Медиана полезна при наличии выбросов значений, так как она устойчива к их влиянию.

Моду используют, когда нужно определить наиболее распространенную категорию.

Помимо рассмотренных, существует много других характеристик.

К структурным средним также относятся **квантили**, или **градиенты**. Частными случаями квантилей являются квартили, квинтили и децили.

Квартилями называются такие значения признака, которые делят распределение на четыре равные части. Обозначим значения x_i , делящие вариационный ряд на четыре равные части, через Q_1, Q_2, Q_3 . Ниже первой квартили Q_1 лежит 25% значений x_i . Ниже второй квартили Q_2 лежит половина значений x_i , т.е. вторая квартиль делит распределение пополам и совпадает с медианой. Между второй Q_2 и третьей Q_3 квартилями лежит 25% значений x_i , а оставшиеся 25% значений x_i лежит выше третьей квартили Q_3 . Q_3 называется *верхней квартилью*, Q_1 — *нижней квартилью*.

Квинтили делят распределение на пять равных частей, **децили** — на десять.

Одной из областей, в которых используются квантили распределения, является управление рисками. В экономических системах в условиях риска, когда неопределенность носит вероятностный характер, а потери описываются случайной величиной, минимизация риска может состоять, в частности, в минимизации квантиля распределения (например, минимизации квантиля порядка 0,95, выше которого располагаются большие потери, встречающиеся крайне редко (в нашем примере — в пяти случаях из ста)). Данный подход нацелен на минимизацию больших потерь, на защиту от разорения. При таком подходе средние потери могут увеличиваться, зато максимальные будут контролироваться.

В ряду квантильных мер риска можно выделить такой показатель, как *value-at-risk* (*VAR*). Утверждение о том, что портфель имеет определенное значение *VAR*, фактически означает следующее: в течение промежутка времени T с доверительной вероятностью P абсолютная величина убытка по портфелю не может быть больше, чем *VAR* (доход по портфелю не может быть меньше $-VAR$), при этом абсолютная величина убытка, превосходящая *VAR*, также не исключена, однако такой убыток может случиться лишь с малой вероятностью $(1 - P)$. Представляется целесообразным рассчитывать эти величины одновременно для нескольких различных значений доверительной вероятности P (например 0,950; 0,975; 0,990; 0,999). Показатель *VAR* используется в риск-менеджменте в качестве базы для лимитов по открытым позициям, для расчета достаточности капитала, оценки стоимости портфеля, оценки доходности с учетом риска и т.д.

5.2. Показатели вариации и способы их расчета

При изучении статистической совокупности нельзя ограничиваться только нахождением средней величины. Средние величины дают обобщенную характеристику варьирующего признака, показывают типичные характеристики для данной совокупности, однако в них не находят отражение

степень колеблемости отдельных значений признаков относительно среднего уровня. Для измерения вариации отдельных вариантов по отношению к средней величине применяется целый ряд показателей. Все показатели вариации можно разделить на две группы:

1) *абсолютные показатели вариации*: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение;

2) *относительные показатели вариации*: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, простой коэффициент вариации.

Размах вариации является самым простым показателем колеблемости признака. В общем случае он представляет собой разность между наибольшим и наименьшим значениями признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Этот показатель представляет интерес в тех случаях, когда важно знать, какова амплитуда колебаний признака, например каковы колебания цены на данный товар.

Размах вариации зависит от двух значений признака, что в экономике означает неточность определения. Он может сильно меняться, если добавить или исключить крайние варианты (когда эти значения аномальны для данной совокупности). В этих случаях размах вариации дает искаженную амплитуду колебаний против ее нормальных размеров. Поэтому прежде чем определять размах вариации, следует очистить совокупность от аномальных значений.

Среднее линейное отклонение представляет собой среднюю из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов от их средней величины.

Для несгруппированных данных среднее линейное отклонение рассчитывается по формуле средней арифметической простой:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n};$$

для сгруппированных данных среднее линейное отклонение рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i},$$

где x_i — значение признака в дискретном ряду или середина интервала в интервальном распределении; f_i — частота признака.

Среднее линейное отклонение выражено в тех же единицах измерения, что и варианты или их средняя. Как уже говорилось, оно дает абсолютную меру вариации. В практике следует иметь в виду, что величины линейного отклонения различных вариационных рядов можно сравнить лишь в том случае, если эти ряды характеризуются примерно одинаковыми средними.

А так как это бывает в практике не всегда, то для сопоставления колеблемости исчисляются относительные показатели колеблемости.

Дисперсия σ^2 определяется как среднее из квадратов отклонений случайной величины от ее среднего значения.

Для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}.$$

Для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

Расчет дисперсии можно упростить, если использовать следующую модификацию формулы дисперсии:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2.$$

Дисперсия – наиболее широко применяемая оценка рассеивания случайных величин. Это связано с тем, что она обладает свойством аддитивности, т.е. дисперсия суммы статистически независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин, безотносительно к разнообразию законов распределения каждой из суммируемых величин и возможной деформации законов распределения при суммировании.

Использование дисперсии не всегда удобно, так как размерность ее равна квадрату единицы измерения случайной величины. На практике результаты анализа более наглядны, если показатель разброса случайной величины выражен в тех же единицах измерения, что и сама случайная величина. Для этих целей используют стандартное (среднее квадратическое) отклонение. Отметим, что среднее квадратическое отклонение неаддитивно.

Среднее квадратическое отклонение (иначе – стандартное отклонение) σ определяется как квадратный корень из суммы квадратов отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины, т.е. из дисперсии.

Для несгруппированных данных

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Для сгруппированных данных

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}.$$

Дисперсию и среднее квадратическое отклонение используют при расчетах, связанных с организацией выборочного наблюдения, оценке полученных на основе выборки статистических показателей, построении показателей тесноты корреляционной связи, дисперсионном анализе. В том случае, когда набор данных имеет приблизительно нормальное распределение, среднее квадратическое отклонение приобретает особый смысл. Приблизительно две трети значений из такого набора данных находятся в пределах одного стандартного отклонения от среднего значения, а около 95% всех значений окажутся в пределах двух величин стандартного отклонения от среднего значения. Этот факт будет иметь большое значение при рассмотрении статистических выводов, поскольку допустимые погрешности оценок часто ограничиваются величиной 5%. И, наконец, почти все данные (99,7%) будут находиться в пределах трех величин стандартного отклонения от среднего значения. При этом только 0,3% всех значений набора данных оказываются от среднего на большем, чем 3σ , удалении. Отклонение $\pm 3\sigma$ можно считать максимально возможным. Это положение называют **правилом трех сигм**. В картах контроля, которые широко используются для контроля качества продукции, пределы часто устанавливаются таким образом, чтобы в качестве заслуживающей внимание проблемы выступали именно те результаты наблюдений, которые отстоят от среднего на расстояние большее, чем три стандартных отклонения.

Необходимо помнить, что если набор данных не подчиняется нормальному распределению, описанные выше правила применять нельзя. Поскольку существует множество асимметричных распределений, нельзя указать единое правило определения отклонений для произвольного распределения. В случае скошенного распределения не существует простых правил для определения части данных, попадающих в пределы одного, двух или трех стандартных отклонений от среднего значения.

Все вышеперечисленные показатели обладают одним общим недостатком — это абсолютные показатели, значения которых предопределяют абсолютные значения исходного фактора. Это затрудняет сравнение колеблемости различных признаков. Гораздо удобнее поэтому использовать относительные показатели. Именно они позволяют сравнивать характер рассеивания в различных распределениях (различные единицы наблюдения одного и того же признака в двух совокупностях, при различных значениях средних, при сравнении разноименных совокупностей).

Коэффициент вариации дает относительную оценку вариации и получается путем сопоставления среднего квадратического отклонения со средним уровнем явления, а результат выражается в процентах:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% (\bar{x} \neq 0).$$

Определение коэффициента вариации особенно наглядно для случаев, когда средние величины случайного события существенно различаются.

Так как среднее квадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, то коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости,

используемым для оценки типичности средних величин. При этом исходят из того, что если коэффициент вариации больше 33%, то это говорит о большой колеблемости признака в изучаемой совокупности. Если же коэффициент вариации не превышает 33%, то совокупность по рассматриваемому признаку можно считать однородной.

К относительным показателям вариации относятся также **линейный коэффициент вариации**, который получается путем сопоставления среднего линейного отклонения со средним уровнем явления, при этом результат выражается в процентах:

$$V_d = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100\%,$$

и **коэффициент осцилляции**, отражающий среднюю колеблемость крайних значений признака вокруг средней:

$$K_o = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Пример 5.14. Рассчитаем показатели вариации для ряда, приведенного в табл. 5.8.

Решение

Размах вариации $R = 20 - 10 = 10$ дней. Это означает, что сроки погашения задолженностей по коммерческому кредиту колеблются в пределах 10 дней.

Для расчета дисперсии необходимо вычислить средний срок оплаты. При определении среднего срока оплаты используем формулу средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 33 + 14 \cdot 29 + 15 \cdot 25 + 18 \cdot 37 + 20 \cdot 26}{33 + 29 + 25 + 37 + 26} = 15,3 \text{ дня.}$$

Дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{(10 - 15,3)^2 \cdot 33 + (14 - 15,3)^2 \cdot 29 + (15 - 15,3)^2 \cdot 25 + (18 - 15,3)^2 \cdot 37 + (20 - 15,3)^2 \cdot 26}{150} = 12,15.$$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{12,15} = 3,5$ дня.

Рассмотренная величина показывает, что сроки оплаты отклонялись от средневзвешенного срока оплаты в среднем на 3,5 дня.

Коэффициент вариации $V = \frac{3,5}{15,3} \cdot 100\% = 22,9\%$. Это говорит о том, что сроки оплаты отклонялись от средневзвешенного срока оплаты в среднем на 22,9%, т.е. совокупность достаточно однородна.

Среднее линейное отклонение

$$d = \frac{|10 - 15,3| \cdot 33 + |14 - 15,3| \cdot 29 + |15 - 15,3| \cdot 25 + |18 - 15,3| \cdot 37 + |20 - 15,3| \cdot 26}{150} = \frac{442,2}{150} = 2,95 \text{ дня.}$$

Линейный коэффициент вариации $V_d = \frac{2,95}{15,3} \cdot 100\% = 19,28\%$.

Значения среднего линейного отклонения и линейного коэффициента вариации имеют тот же смысл, что и среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Таким образом, в нашем случае на основании рассчитанных среднего линейного отклонения и линейного коэффициента вариации можно говорить, что сроки оплаты отклонялись от средневзвешенного срока оплаты в среднем на 2,95 дня, или на 19,28%.

Отметим, что среднее квадратическое отклонение всегда будет больше среднего линейного отклонения. Это обусловлено разными способами их вычисления.

Коэффициент осцилляции $K_o = \frac{10}{15,3} \cdot 100\% = 65,4\%$. Это означает, что отклонение размаха вариации от среднего значения признака составляет 65,4%.

Показатели вариации нашли широкое применение при оценке рисков. Чем выше волатильность (*volatility*, изменчивость) финансовых индикаторов, тем выше риски, следовательно, минимизация риска может состоять, в частности, в минимизации дисперсии.

Показатели вариации могут быть использованы не только в анализе колеблемости изучаемого признака, но и для оценки степени воздействия одного признака на вариацию другого, т.е. в анализе взаимосвязей между показателями. При проведении такого анализа исходная совокупность должна представлять собой множество единиц, каждая из которых характеризуется двумя признаками — факторным и результативным. Если тот или иной показатель рассматривается как следствие, как результат действия одной или нескольких причин и выступает в качестве объекта исследования, то при изучении взаимосвязей его называют *результативным* признаком. Признаки, определяющие поведение результативного, называются *факторными*. Изучая дисперсию интересующего нас признака в пределах исследуемой совокупности и опираясь на общую среднюю в своих расчетах, мы не можем определить влияние отдельных факторов, характеризующих колеблемость индивидуальных значений признака.

Для выявления взаимосвязи исходная совокупность делится на две или более групп по факторному признаку. Выводы о степени взаимосвязи базируются на анализе вариации результативного признака. При этом можно определить три показателя колеблемости признака в совокупности: общую дисперсию, межгрупповую дисперсию и среднюю из внутригрупповых дисперсий. Вариация признака в целом по совокупности зависит как от вариации признака внутри каждой группы, так и от вариации групповых средних, т.е. от межгрупповой вариации признака. Таким образом, **общую дисперсию** $\sigma_{\text{общ}}^2$, характеризующую вариацию признака под влиянием всех факторов, можно получить на основе ее составляющих — межгрупповой и средней из внутригрупповых дисперсий. При этом применяется правило сложения дисперсий:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2,$$

где $\sigma_{\text{общ}}^2$ — общая дисперсия; $\overline{\sigma^2}$ — средняя из внутригрупповых дисперсий; δ^2 — межгрупповая дисперсия.

Межгрупповая дисперсия δ^2 отражает ту часть вариации результативного признака, которая обусловлена воздействием признака факторного. Это воздействие проявляется в отклонении групповых средних от общей средней:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{общ}})^2 n_i}{\sum n_i},$$

где \bar{x}_i — среднее значение результативного признака по i -й группе; $\bar{x}_{\text{общ}}$ — общая средняя по совокупности в целом; n_i — объем (численность) i -й группы.

Если факторный признак, по которому производилась группировка, не оказывает никакого влияния на признак результативный, то групповые средние будут равны между собой и совпадут с общей средней. В этом случае межгрупповая дисперсия будет равна нулю. Таким образом, межгрупповая дисперсия измеряет вариацию между частями совокупности (представленными средними).

Средняя из **внутригрупповых дисперсий** отражает ту часть вариации результативного признака, которая обусловлена действием всех прочих неучтенных факторов, кроме фактора, по которому осуществлялась группировка. Она измеряет вариацию внутри частей совокупности:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i},$$

где σ_i^2 — дисперсия результативного признака в i -й группе (внутригрупповая дисперсия).

Правило сложения дисперсий позволяет выявить зависимость результатов от определяющих факторов с помощью соотношения межгрупповой и общей дисперсий. Это соотношение называется **коэффициентом детерминации** η^2 и показывает, какая доля в общей дисперсии приходится на дисперсию, обусловленную вариацией признака, положенного в основу группировки:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_{\text{общ}}^2}.$$

Используется правило сложения дисперсий и для определения тесноты связи между изучаемыми признаками. Теснота связи между факторным и результативным признаком оценивается на основе **эмпирического корреляционного отношения**:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_{\text{общ}}^2}}.$$

Данный показатель может принимать значения от 0 до 1. Чем ближе к 1 будет его величина, тем сильнее взаимосвязь между рассматриваемыми признаками.

Рассмотрим более подробно смысл каждой из дисперсий.

Пример 5.15. Пусть имеются данные о средних и дисперсиях заработной платы по рабочим двух предприятий (табл. 5.13).

Таблица 5.13

Результаты обследования по заработной плате двух предприятий

Предприятие	Число рабочих	Средняя заработная плата одного рабочего \bar{x}_r , тыс. руб.	Дисперсия заработной платы σ_r^2
I	500	18	49
II	700	15	16

Рассчитаем среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{49 \cdot 500 + 16 \cdot 700}{500 + 700} = 29,75.$$

Определим общую среднюю заработную плату:

$$\bar{x}_{\text{общ}} = \frac{18 \cdot 500 + 15 \cdot 700}{500 + 700} = 16,25 \text{ тыс. руб.}$$

Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{(18 - 16,25)^2 \cdot 500 + (15 - 16,25)^2 \cdot 700}{500 + 700} = 2,1875.$$

Общая дисперсия:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = 29,75 + 2,1875 = 31,9375.$$

Каждая из исчисленных дисперсий имеет определенный смысл.

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех условий (факторов), действующих в данной совокупности. Межгрупповая дисперсия отражает вариацию между группами за счет признака-фактора, положенного в основу группировки (т.е. на каком предприятии работает рабочий). Внутригрупповая дисперсия отражает вариацию внутри каждой группы изучаемой совокупности (т.е. вариацию заработной платы рабочих одного и того же предприятия). Так как изучаемая совокупность разбита на несколько групп (в нашем случае – на две группы), то для всей совокупности внутригрупповую вариацию будет выражать средняя из внутригрупповых дисперсий.

Рассчитаем эмпирический коэффициент детерминации:

$$\eta^2 = \frac{2,1875}{31,9375} = 0,068.$$

Эмпирическое корреляционное отношение

$$\eta = \sqrt{0,068} = 0,26.$$

Полученное значение корреляционного отношения говорит о слабой корреляционной связи между признаками, т.е. заработная плата рабочих слабо зависит от того, на каком предприятии работает рабочий – на первом или втором. Большее влияние на размер заработной платы оказывают другие факторы, например квалификация, индивидуальные качества и т.д.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие ряды называются вариационными?
2. Каковы особенности применения средней арифметической и средней гармонической в анализе вариационных рядов? В каких случаях для расчета среднего уровня вариационного ряда используются формулы простой средней, а в каких — взвешенной средней?
3. Укажите особенности определения моды и медианы в дискретном и интервальном рядах.
4. Что такое квартили, децили и какова методика их расчета? Какие еще виды структурных средних вы знаете?
5. Как влияет степень однородности совокупности на возможность использования средней арифметической в анализе вариационного ряда распределения?
6. Что такое вариация? Какие показатели вариации вы знаете?
7. Назовите абсолютные показатели вариации и методику их расчета.
8. Какой аналитический смысл имеет коэффициент вариации?
9. Может ли быть различной вариация значений признака в двух рядах, если средние значения их равны между собой?
10. Как по показателю вариации можно судить о степени однородности совокупности?

Глава 6 АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

После изучения главы 6 студент должен:

знать

- классификацию динамических рядов;
- показатели и методы анализа динамики;
- основы построения, расчета, анализа основных показателей динамического ряда;

уметь

- проводить преобразования несопоставимых динамических рядов в сопоставимые с помощью различных приемов;

владеть

- навыками анализа динамических рядов.
-

6.1. Понятие о рядах динамики, их виды

Процесс развития, изменения во времени социально-экономических явлений в статистике называют **динамикой**. В данном разделе мы рассмотрим статистические методы, позволяющие анализировать динамические, изменяющиеся во времени характеристики социально-экономических явлений. Изучение таких характеристик дает менеджеру возможность исследовать и прогнозировать поведение управляемого объекта во времени.

Ряды динамики получают в результате сводки и обработки материалов статистического наблюдения.

Ряд динамики представляет собой ряд числовых значений определенного статистического показателя в последовательные моменты, или периоды времени. Числовые значения того или иного статистического показателя, составляющие динамический ряд, принято называть *уровнями ряда*. Уровни ряда обычно обозначаются через y , моменты или периоды времени, к которым они относятся, — через t .

Ряды динамики, как правило, представляют в таблицах или графически. При графическом изображении динамического ряда на оси абсцисс строится шкала времени, а на оси ординат — шкала уровней ряда (арифметическая или логарифмическая).

Существуют различные виды рядов динамики. Их можно классифицировать по следующим признакам.

1. В зависимости от характера изучаемых величин ряды динамики подразделяются на ряды *абсолютных, относительных и средних* величин. При этом первоначальными являются ряды динамики абсолютных величин.

2. В зависимости от того, выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени (на начало месяца, квартала, года и т.п.) или его величину за определенные интервалы времени (например, за сутки, месяц, год и т.п.), различают соответственно *моментные* и *интервальные* ряды динамики.

Примером моментного ряда может служить ряд динамики, показывающий численность персонала фирмы на первое число каждого месяца года, собственный или заемный капитал предприятия на конец года, стоимость основных средств на первое число каждого квартала года и т.д.

Интервальные ряды динамики содержат данные о производстве продукции по месяцам или по годам, товарообороте, прибыли, затратах предприятия по годам и т.д.

Из различного характера интервальных и моментных рядов динамики вытекают некоторые особенности уровней соответствующих рядов.

Уровни интервального ряда динамики абсолютных величин характеризуют собой суммарный итог какого-либо явления за определенный отрезок времени. Они зависят от продолжительности этого периода времени, и поэтому их можно суммировать как не содержащие повторного счета и дробить. Так, зная прибыль предприятия по годам, можно разделить каждый уровень на 12 и получить новые данные — о среднемесячной прибыли за указанный период. Суммируя данные о среднемесячной прибыли, можно получить прибыль за год.

Отдельные же уровни моментного ряда динамики абсолютных величин содержат элементы повторного счета, так как, например, часть основных средств предприятия, учтенных на начало базового периода, существует и в текущем периоде, являясь единицами совокупности и в базовом, и в текущем периодах. Все это делает бессмысленным суммирование уровней моментных рядов динамики.

3. В зависимости от расстояния между уровнями ряды динамики подразделяются на ряды с равноотстоящими и неравноотстоящими уровнями во времени. Ряды динамики следующих друг за другом периодов или следующих через определенные промежутки дат называются *равноотстоящими*. Если же в рядах даются прерывающиеся периоды или неравномерные промежутки между датами, то ряды называются *неравноотстоящими*.

Правильно построенный динамический ряд состоит из сопоставимых статистических показателей. Ряды динамики могут охватывать значительные периоды времени, за которые могли произойти изменения, приводящие к несопоставимости статистических рядов. К несопоставимости приводят изменение состава изучаемой совокупности, переход к другим единицам измерения, изменение методологии учета и расчета показателей, инфляционные процессы и др. Несопоставимыми ряды динамики являются и в том случае, когда они составлены из разновеликих по продолжительности периодов времени.

Следовательно, прежде чем анализировать уровни ряда динамики, надо, исходя из цели исследования, убедиться в их сопоставимости. Если данные несопоставимы, необходимо добиться их сопоставимости, прибегнув к дополнительным расчетам. Для преобразования несопоставимых рядов в сопоставимые производят пересчет данных с помощью различных приемов.

Для приведения информации, содержащейся в различных рядах динамики, к сопоставимому виду иногда приходится прибегать к приему, получившему название **смыкание рядов динамики**. Под смыканием понимают объединение в один ряд (более длинный) двух или нескольких рядов динамики, уровни которых исчислены по разной методологии или в разных территориальных границах. Для осуществления смыкания необходимо, чтобы для одного из периодов (переходного) имелись данные, исчисленные по разной методологии (или в разных границах).

Пример 6.1. Имеются данные о затратах предприятия (табл. 6.1). При этом известно, что в 2010 г. изменилась методика учета затрат. Необходимо привести информацию к сопоставимому виду.

Таблица 6.1

Затраты предприятия, млн руб.

Годы	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Затраты предприятия:						
по старой методике	432	466	560			
по новой методике			616	660	665	700
Сопоставимый ряд в абсолютных величинах	475,2	512,6	616	660	665	700

Так как имеются данные за 2010 г., посчитанные и по старой, и по новой методикам, мы можем определить коэффициент пересчета: $\frac{616}{560} = 1,1$. Умножая на этот коэффициент данные, посчитанные по старой методике, получаем сопоставимый ряд в абсолютных величинах.

Если производится сравнительный анализ разнородных явлений, то сравнивать можно только относительные показатели. В таких случаях ряды динамики приводятся к одному основанию, т.е. к одному и тому же периоду или моменту времени, уровень которого принимается за базу сравнения, а все остальные уровни выражаются в виде коэффициентов или в процентах по отношению к нему. Этот прием называется **приведение рядов динамики к общему основанию**, или к общей базе сравнения.

Пример 6.2. Сравним динамику добычи отдельных видов топливно-энергетических полезных ископаемых в России. Используя в качестве базы 2009 г., рассчитаем базисные темпы роста угля, нефти и природного газа.

Таблица 6.2

Добыча топливно-энергетических полезных ископаемых

Ископаемое	2009 г.	2010 г.	2011 г.
Уголь, млн т	301	322	335
Нефть добытая, включая газовый конденсат, млн т	495	505	512
Газ природный и попутный, млрд м ³	583	651	671

Используем в качестве единой базы сравнения 2009 г., т.е. уровни ряда, относящиеся к 2009 г., примем за 100%. Остальные уровни ряда пересчитаем в процентах по отношению к этим уровням (табл. 6.3). Тем самым мы приведем информацию, содержащуюся в табл. 6.2, к сопоставимому виду.

Таблица 6.3

Динамика добычи топливно-энергетических полезных ископаемых, %

Ископаемое	2009 г.	2010 г.	2011 г.
Уголь	100	$\frac{322}{301} \cdot 100\% = 107,0$	$\frac{335}{301} \cdot 100\% = 111,3$
Нефть добытая, включая газовый конденсат	100	$\frac{505}{495} \cdot 100\% = 102,0$	$\frac{512}{495} \cdot 100\% = 103,4$
Газ природный и попутный	100	$\frac{651}{583} \cdot 100\% = 111,7$	$\frac{671}{583} \cdot 100\% = 115,1$

6.2. Основные показатели изменения уровней ряда

Поскольку ряды динамики состоят из некоторого числа варьирующих уровней, то они, как всякая статистическая совокупность, нуждаются в обобщении, в некоторых обобщенных характеристиках.

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, которые получаются в результате сравнения уровней между собой. К таким показателям относятся абсолютный прирост, темп роста и прироста, абсолютное значение одного процента прироста. При этом принято сравниваемый уровень называть текущим, а уровень, с которым происходит сравнение, — базисным.

Абсолютный прирост рассчитывается как разность между двумя уровнями ряда и выражает абсолютную скорость роста. Он показывает, на сколько единиц в абсолютном выражении уровень одного периода больше или меньше какого-то предыдущего уровня и, следовательно, может иметь знак «+» (при увеличении уровней) или «-» (при уменьшении уровней). Уровень, который сравнивается, называется *текущим*, а уровень, с которым производится сравнение, — *базисным*, так как он является базой для сравнения. Если каждый уровень сравнивается с предыдущим, то получают *цепные* показатели. Если все уровни ряда сравниваются с одним и тем же первоначальным уровнем, то получают *базисные* показатели.

Абсолютный прирост определяется по следующим формулам:

$$\text{цепной} — \Delta_{ц_i} = y_i - y_{i-1};$$

$$\text{базисный} — \Delta_{б_i} = y_i - y_0,$$

где y_i — текущий уровень; y_{i-1} — уровень, предшествующий y_i ; y_0 — значение показателя, принятое за базисное.

Интенсивность изменения уровня оценивается отношением отчетного уровня к базисному, которое всегда представляет собой положительное число.

Показатель интенсивности изменения уровня ряда — в зависимости от того, выражается ли он в виде коэффициента или в процентах, принято называть **коэффициентом роста** или **темпом роста**. Иными словами, коэффициент роста и темп роста представляют собой две формы выражения интенсивности изменения уровня.

Коэффициент роста показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше базисного уровня (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода за некоторый промежуток времени (если он меньше единицы). В качестве базисного уровня в зависимости от цели исследования может приниматься какой-то постоянный для всех уровень (часто — начальный уровень ряда) либо для каждого последующего предшествующий ему. В первом случае говорят о *базисных* темпах роста, во втором — о *цепных* темпах роста.

Темп роста и коэффициент роста определяются по следующим формулам:

цепной темп роста —

$$T_{\text{ци}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%;$$

базисный темп роста —

$$T_{\text{би}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%;$$

цепной коэффициент роста —

$$K_{\text{ци}} = \frac{y_i}{y_{i-1}};$$

базисный коэффициент роста —

$$K_{\text{би}} = \frac{y_i}{y_0}.$$

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует связь, позволяющая при необходимости переходить от цепных коэффициентов к базисным и наоборот. Произведение цепных коэффициентов роста равно базисному, а результат деления двух базисных коэффициентов равен цепному (промежуточному).

Наряду с темпом роста можно рассчитать показатель **темпа прироста**, характеризующий относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени. Темп прироста показывает, на сколько процентов уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня. Коэффициент прироста показывает, на какую долю уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня.

Темп прироста есть отношение абсолютного прироста к уровню ряда, принятого за базу:

$$T_{\text{при}i} = \frac{\Delta_{\text{ц}i}}{y_{i-1}} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\% = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% - 100\% = T_{\text{р}i} - 100\%;$$

$$T_{\text{рб}i} = \frac{\Delta_{\text{б}i}}{y_0} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\% = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\% - 100\% = T_{\text{рб}i} - 100\%.$$

Таким образом, темп прироста равен темпу роста минус 100%. Коэффициент прироста равен коэффициенту роста минус единица.

Если темп роста — всегда положительное число, то темп прироста может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

В статистической практике часто рассматривают **абсолютное значение одного процента прироста**. Оно представляет собой одну сотую часть базисного уровня и в то же время — отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу прироста:

$$\alpha = \frac{\Delta_{\text{ц}i}}{T_{\text{при}i}} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%} = 0,01y_{i-1}.$$

В качестве примера рассмотрим динамический ряд, представленный в табл. 6.4. В данной таблице представлена динамика объема производства продукции предприятия и результаты расчета вышеназванных показателей.

Таблица 6.4

Объем производства продукции предприятия

Год	2009	2010	2011	2012	2013
Объем производства продукции, млн руб.	9500	9690	9650	9900	10 300
Абсолютные приросты Δ , млн руб.:					
цепные	—	190	–40	250	400
базисные (с 2009 г.)	—	190	150	400	800
Темпы роста, %:					
цепные	—	102	99,6	102,6	104
базисные (по отношению к 2009 г.)	—	102	101,6	104,2	108,4
Коэффициенты роста:					
цепные	—	1,02	0,996	1,026	1,04
базисные (по отношению к 2009 г.)	—	1,02	1,016	1,042	1,084
Темпы прироста, %:					
цепные	—	2,0	–0,4	2,6	4,0
базисные (по отношению к 2009 г.)	—	2,0	1,6	4,2	8,4
Коэффициенты прироста:					
цепные	—	0,02	–0,004	0,026	0,04
базисные (по отношению к 2009 г.)	—	0,02	0,016	0,042	0,084
Абсолютное значение одного процента прироста, млн руб.	—	95	96,9	96,5	99

Иногда приходится сопоставлять темпы роста или темпы прироста за одни те же отрезки времени по двум показателям или по одному показателю, но относящемуся к разным территориям или объектам. Отношение темпов роста или прироста по двум динамическим рядам (в одинаковые моменты времени) называют **коэффициентом опережения**. В качестве примера рассчитаем коэффициенты опережения по данным, приведенным в табл. 6.3.

Сравнивая между собой показатели, относящиеся к одному году, мы определим, во сколько раз рост добычи одного вида полезных ископаемых опережает рост добычи другого. В качестве сравнения рассчитаем, во сколько раз рост добычи угля опережает рост добычи нефти (за базу сравнения принят показатель роста добычи нефти) (табл. 6.5).

Таблица 6.5

**Динамика добычи топливно-энергетических полезных ископаемых
(базисные темпы роста, %)**

Ископаемое	2009 г.	2010 г.	2011 г.
Уголь	100	107	111,3
Нефть добытая, включая газовый конденсат	100	102	103,4
Коэффициент опережения	1	$107 : 102 = 1,049$	$111,3 : 103,4 = 1,076$

Например, коэффициент опережения для 2011 г. равен 1,076, т.е. добыча угля в России с 2009 по 2011 г. росла в 1,076 раз быстрее, чем добыча нефти.

6.3. Средние показатели ряда динамики

При анализе развития явления часто возникает потребность рассчитать средние показатели динамики.

Обобщенной характеристикой динамического ряда может служить прежде всего средний уровень ряда \bar{y} . Так как средняя величина в данном случае рассчитывается из меняющихся во времени показателей, то она называется **средней хронологической**. Такие средние обобщают хронологическую вариацию. В хронологической средней отражается совокупность тех условий, в которых развивалось изучаемое явление в данном промежутке времени.

Для разных видов рядов динамики средний уровень рассчитывается неодинаково.

Для интервальных равноотстоящих рядов средний уровень находится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

а для неравноотстоящих рядов – по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где y_i – уровень ряда динамики; n – число уровней; t_i – длительность интервала времени между уровнями.

Пример 6.3. Рассчитаем средний объем продаж по данным табл. 6.6.

Таблица 6.6

Продажа в организациях оптовой торговли региона молочных консервов

Год	2009	2010	2011	2012	2013
Объем продаж молочных консервов, млн условных банок	55,4	65,3	101	141	220

Решение

Динамический ряд, представленный в табл. 6.6, – интервальный, равноотстоящий. Следовательно, средний уровень находится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{55,4 + 65,3 + 101 + 141 + 220}{5} = 116,4.$$

Средний уровень моментного ряда динамики так исчислить нельзя, так как отдельные уровни содержат элементы повторного счета. Средний уровень моментного равноотстоящего ряда динамики находится по формуле средней хронологической простой:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{n-2} + y_{n-1}}{2} + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \\ &= \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Средний уровень моментных рядов динамики с неравноотстоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} t_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} t_2 + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} t_{n-1}}{t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_i + y_{i+1}) t_i}{2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i}, \quad (6.2)$$

где y_1, \dots, y_n – уровни ряда динамики; t_i – длительности интервала времени между уровнями.

Пример 6.4. Рассчитаем среднегодовой запас в организациях оптовой торговли молочных консервов за период 2009–2013 гг. по данным, приведенным в табл. 6.7.

Таблица 6.7

Запасы в организациях оптовой торговли региона молочных консервов с равными промежутками времени (на 1 января)

Год	2009	2010	2011	2012	2013
Молочные консервы, млн условных банок	1,9	2,4	3,0	7,0	12,3

Известны данные о товарных запасах на первое января каждого года. Динамический ряд, представленный в табл. 6.7, – моментный, равноотстоящий. Следовательно, средний уровень находится по формуле (6.1):

$$\bar{y} = \frac{\frac{1,9}{2} + 2,4 + 3 + 7 + \frac{12,3}{2}}{4} = 4,875.$$

Предположим, что мы имеем исходные данные с неравными промежутками между датами (табл. 6.8).

Таблица 6.8

Запасы в организациях оптовой торговли региона молочных консервов с неравными промежутками времени (на 1 января)

Год	2007	2009	2010	2013
Молочные консервы, млн условных банок	1,7	1,9	2,4	12,3

Динамический ряд, представленный в табл. 6.8, – моментный, неравноотстоящий. Следовательно, средний уровень находится по формуле (6.2):

$$\bar{y} = \frac{(1,7 + 1,9) \cdot 2 + (1,9 + 2,4) \cdot 1 + (2,4 + 12,3) \cdot 3}{2 \cdot (2 + 1 + 3)} = 4,633.$$

Обобщающим показателем скорости изменения явления во времени является **средний абсолютный прирост** за весь период, ограничивающий ряд динамики. Для его определения можно воспользоваться формулой средней арифметической простой (из цепных приростов):

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{wi}}{n} = \frac{y_n - y_0}{n}.$$

Пример 6.5. Рассчитаем средний годовой абсолютный прирост производства продукции по данным табл. 6.4. Уровень 2009 г. обозначим через y_0 как базисный для расчета приростов начиная с 2010 г. Период, для которого усредняется показатель годового прироста, составляет четыре года – с 2009 по 2013 г. включительно. Получаем

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{wi}}{n} = \frac{190 - 40 + 250 + 400}{4} = 200 \text{ млн руб.},$$

или

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n} = \frac{10\,300 - 9500}{4} = 200 \text{ млн руб.}$$

Обобщающей характеристикой интенсивности изменения уровней ряда динамики служит **средний коэффициент роста**, показывающий, во сколько раз в среднем за единицу времени изменялся уровень динамического ряда. Интенсивность изменения уровня ряда характеризуется коэффициентом роста или темпом роста в зависимости от того, выражается ли показатель в виде коэффициента (коэффициент роста) или в процентах (темп роста). Таким образом, определив средний коэффициент роста и выразив его в процентах, перейдем к среднему темпу роста.

Необходимость исчисления среднего темпа роста возникает вследствие того, что темпы роста из года в год колеблются. Кроме того, средний темп роста часто нужно определять в тех случаях, когда имеются данные об уровне в начале какого-либо периода и в конце его, а промежуточные данные отсутствуют.

Наиболее часто средний коэффициент роста рассчитывается как *средняя геометрическая* из цепных коэффициентов роста.

Основанием для использования средней геометрической служат следующие рассуждения. Пусть имеется динамический ряд с уровнями y_1, y_2, \dots, y_n .

Цепные коэффициенты роста для каждого периода:

$$K_{ц1} = \frac{y_1}{y_0}, K_{ц2} = \frac{y_2}{y_1}, \dots, K_{цn} = \frac{y_n}{y_{n-1}}.$$

Отсюда следует, что

$$y_1 = y_0 K_{ц1}, y_2 = y_1 K_{ц2} = y_0 K_{ц1} K_{ц2}, \dots, y_n = y_{n-1} K_{цn} = y_0 K_{ц1} K_{ц2} \dots K_{цn-1} K_{цn}.$$

Рассчитывая средний коэффициент роста, мы предполагаем, что замена цепных коэффициентов роста средними обеспечивает достижение одинакового значения конечного уровня y_n , т.е., с одной стороны, $y_n = y_0 K_{ц1} K_{ц2} \dots K_{цn-1} K_{цn}$, с другой стороны, $y_n = y_0 \underbrace{\bar{K} \bar{K} \dots \bar{K}}_{n \text{ раз}} = y_0 (\bar{K})^n$.

Таким образом, $(\bar{K})^n = K_{ц1} K_{ц2} \dots K_{цn-1} K_{цn} = \prod_{i=1}^n K_{цi}$, следовательно,

$$\bar{K} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_{цi}}. \quad (6.3)$$

Если выражать темп роста в процентах, то

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_{цi}} \cdot 100\%.$$

Так как произведение цепных коэффициентов роста равно базисному, можно получить другую формулу для расчета среднего коэффициента роста:

$$\prod_{i=1}^n K_{цi} = \frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} \dots \frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{y_n}{y_0} = K_{бn}.$$

Таким образом,

$$\bar{K} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}}. \quad (6.4)$$

Пример 6.6. Рассчитаем средний годовой коэффициент роста производства продукции по данным табл. 6.4. Динамика объемов производства продукции предприятия представлена на рис. 6.1.

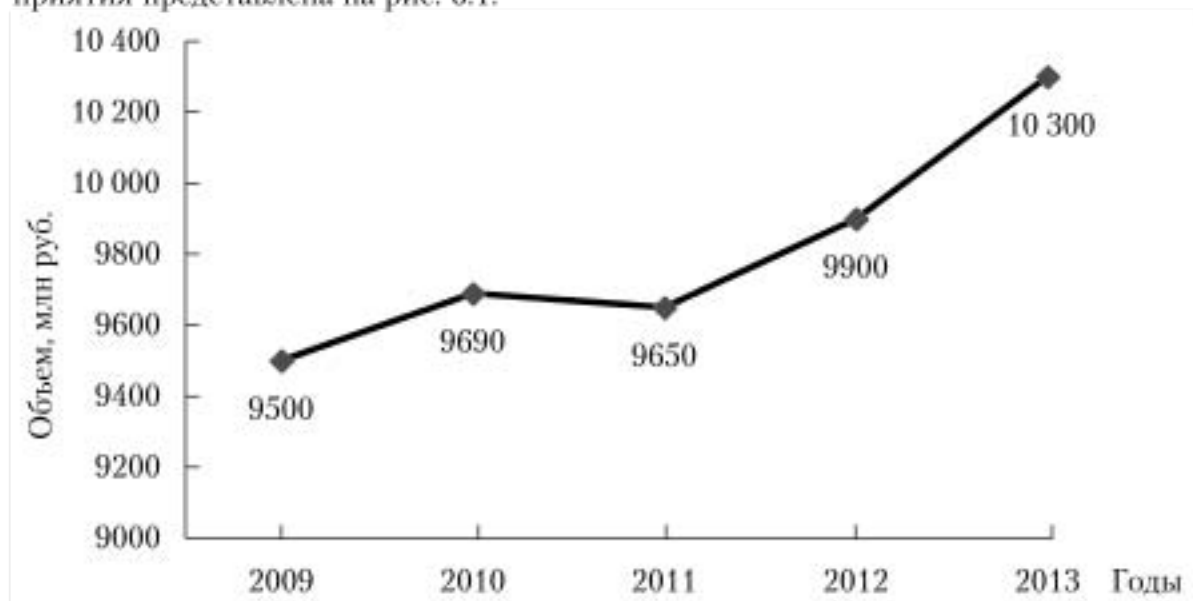


Рис. 6.1. Динамика объема производства продукции предприятия

По формуле (6.3)

$$\bar{K} = \sqrt[4]{1,02 \cdot 0,996 \cdot 1,026 \cdot 1,04} = \sqrt[4]{1,084} = 1,02 (\bar{T}_p = 102\%).$$

По формуле (6.4)

$$\bar{K} = \sqrt[4]{\frac{10\,300}{9\,500}} = 1,020419 \approx 1,02.$$

Это означает, что в среднем объем производства за период 2009–2013 гг. ежегодно увеличивался на 2%.

В табл. 6.9 представлены фактические объемы производства продукции по годам и условные объемы производства в предположении, что рост объемов производства в течение всего периода был равномерен и каждый год объемы производства увеличивались на 2,0419%.

Таблица 6.9

Определение объемов производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней геометрической

Год	2009	2010	2011	2012	2013
Объем производства продукции, млн руб.	9500	9690	9650	9900	10 300
Динамика объема производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней геометрической	9500	9693,978	9891,916	10 093,9	10 300

Таким образом, средний коэффициент роста, рассчитанный по формулам (6.3), (6.4), ориентирован на достижение определенного конечного уровня (рис. 6.2).

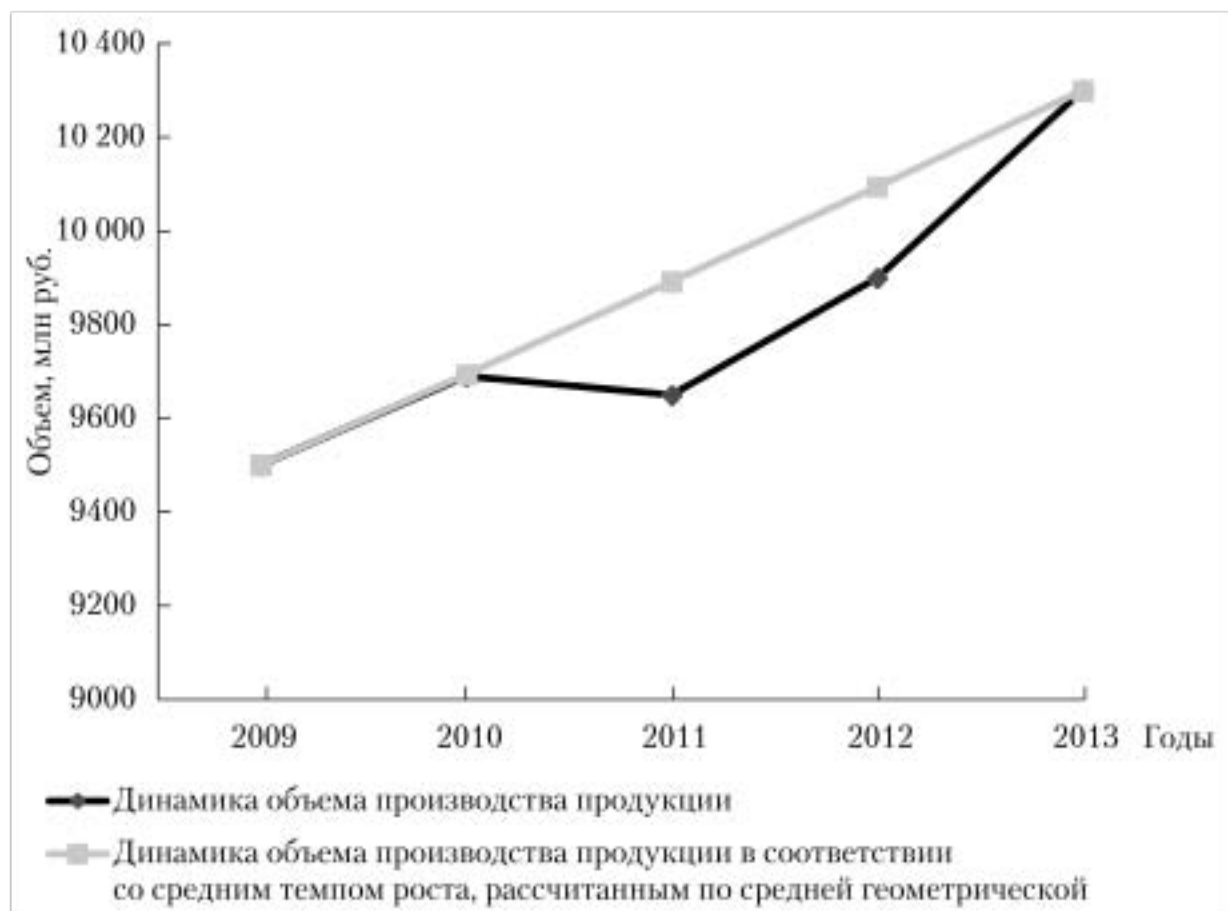


Рис. 6.2. Динамика фактических объемов производства и объемов производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней геометрической

Средний коэффициент роста, рассчитанный как средняя геометрическая из цепных коэффициентов роста, зависит от значений крайних уровней ряда. Одинаковый средний коэффициент роста можно получить для рядов с совершенно различным характером изменения, но с одинаковыми крайними значениями. Поэтому прежде чем рассчитывать средний коэффициент роста определенного показателя за какой-либо период, нужно проанализировать, целесообразно ли вычислять коэффициенты роста в отдельные отрезки времени. В случае необходимости длинные и неодинаковые по характеру изменения периоды следует разбить на более однородные части, для которых расчет средних коэффициентов роста будет иметь смысл.

Отметим, что сумма всех фактических уровней y_i не будет совпадать с суммой уровней, рассчитанных на основе y_0 и средних коэффициентов роста, хотя при этом будет достигнут одинаковый конечный уровень y_n .

Однако в некоторых случаях при расчете среднего коэффициента роста более важно ориентироваться на достижение общей суммы уровней за период, а не только конечного уровня. Например, когда речь идет о динамике таких показателей, как вложение инвестиций, строительство дорог и т.п., важнее определить средний коэффициент роста, при котором достигается суммарное значение показателя за исследуемый период.

При таком подходе каждый уровень ряда можно выразить через y_0 и \bar{K} :

$$y_1 = y_0 \bar{K}, y_2 = y_0 (\bar{K})^2, \dots, y_n = y_0 (\bar{K})^n.$$

Так как мы ориентируемся на получение суммы уровней за период, то запишем условие совпадения фактических и расчетных уровней:

$$y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + y_n = y_0 \bar{K} + y_0 (\bar{K})^2 + \dots + y_0 (\bar{K})^{n-1} + y_0 (\bar{K})^n,$$

или

$$\sum_{i=1}^n y_i = y_0 [\bar{K} + (\bar{K})^2 + \dots + (\bar{K})^n].$$

Следовательно,

$$\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_0} = \bar{K} + (\bar{K})^2 + \dots + (\bar{K})^n. \quad (6.5)$$

Формула (6.5) называется **формулой средней параболической**, а рассчитанный по ней средний коэффициент роста — **средним параболическим коэффициентом роста**. Значение среднего параболического коэффи-

циента роста, соответствующее определенному отношению $\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_0}$ при заданном n , определяется по таблице, представленной в приложении¹.

Таким образом, рассчитывая средние коэффициенты роста, следует определить, что достигается при этом среднем коэффициенте: конечный уровень показателя y_n (в этом случае для расчета \bar{K} используют среднюю геометрическую) или же сумма уровней за весь период $\sum_{i=1}^n y_i$ (в этом случае для расчета \bar{K} используют среднюю параболическую).

Пример 6.7. Рассчитаем средний годовой коэффициент роста по данным табл. 6.4, ориентируясь на общий объем производства продукции за период 2009–2013 гг., т.е. по формуле средней параболической (формула (6.5)):

$$\frac{\sum_{i=1}^5 y_i}{y_0} = \frac{9500 + 9690 + 9650 + 9900 + 10\,300}{9500} = \frac{49\,040}{9500} = 5,162.$$

В приложении представлена таблица для расчета средних коэффициентов роста (снижения) по средней параболической. В данной таблице в столбце, где число

уровней ряда равно пяти ($n = 5$), ищем значение $\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_0}$, близкое к полученному нами значению (5,162). Это значение равно 5,230. Данному отношению соответствует средний коэффициент роста $\bar{K} = 1,015$.

В табл. 6.10 представлена динамика фактических объемов производства продукции и объемов производства продукции в соответствии со средним коэффици-

¹ Громько Г. Л. Теория статистики : практикум. М. : ИНФРА-М, 2008.

ентом роста, рассчитанным по средней параболической. Сумма уровней этих динамических рядов в соответствии с методикой расчета должна совпадать (в нашем примере незначительное отклонение связано с тем, что значение среднего параболического коэффициента роста было определено приближенно).

Таблица 6.10

Определение объемов производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней параболической

Год	2009	2010	2011	2012	2013	Сумма уровней ряда
Объем производства продукции, млн руб.	9500	9690	9650	9900	10 300	49 040
Динамика объема производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней параболической, млн руб.	9500	9642,5	9787,138	9933,945	10 082,95	48 946,54

На рис. 6.3 представлена динамика фактических объемов производства и объемов производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней параболической.

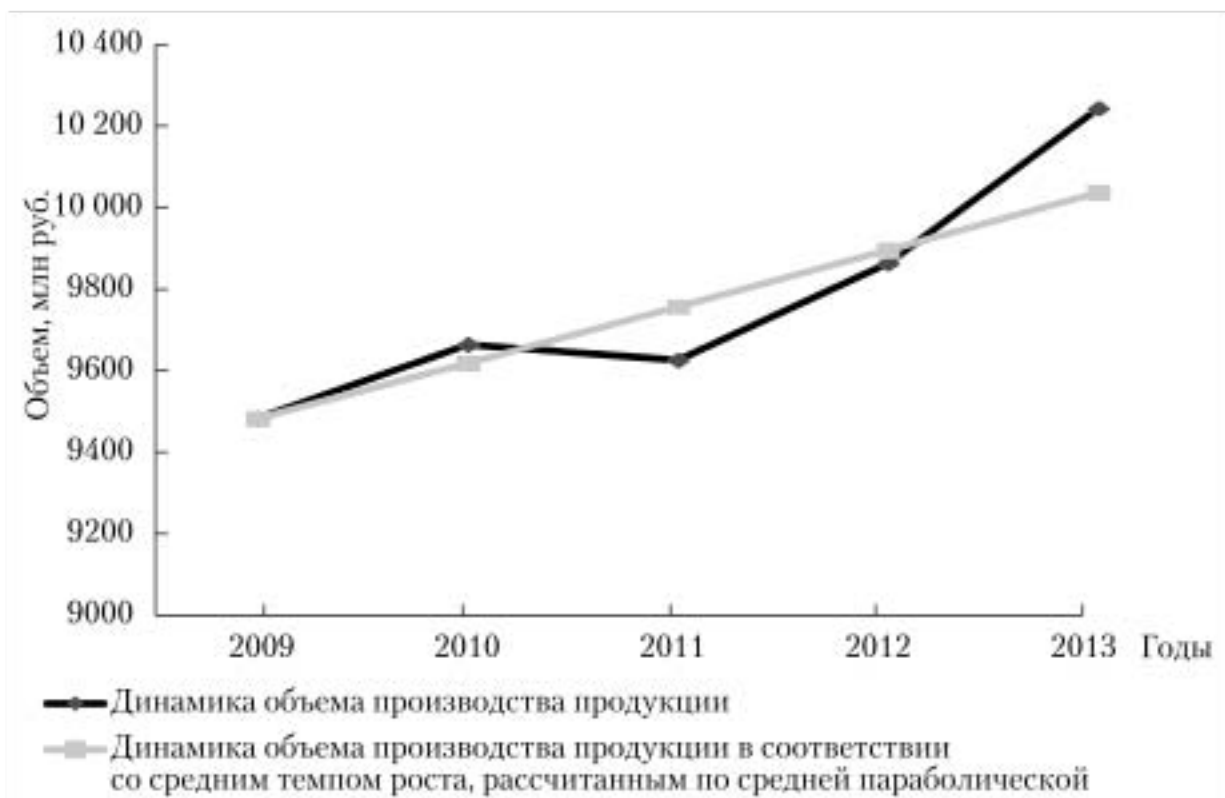


Рис. 6.3. Динамика фактических объемов производства и объемов производства продукции в соответствии со средним темпом роста, рассчитанным по средней параболической

Средний темп прироста не может быть определен непосредственно на основании последовательных темпов прироста или показателей среднего абсолютного прироста. Для его вычисления необходимо вначале найти средний темп роста, а затем уменьшить его на 100%:

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_p - 100\%; \quad \bar{K}_{\text{пр}} = \bar{K}_p - 1.$$

Так, средний годовой коэффициент роста производства продукции, рассчитанный по данным табл. 6.4, составляет 1,02 ($\bar{T}_p = 102\%$). При этом средний годовой коэффициент прироста составил 0,02 ($\bar{K}_{\text{пр}} = 1,02 - 1 = 0,02$); средний годовой темп прироста — 2% ($\bar{T}_{\text{пр}} = 102\% - 100\% = 2\%$).

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение ряда динамики социально-экономических явлений.
2. Какие виды рядов динамики вы знаете?
3. Охарактеризуйте моментные и интервальные ряды динамики.
4. Назовите основные показатели изменения уровней ряда динамики.
5. Как проводится расчет среднего уровня в рядах динамики?
6. Расскажите о взаимосвязи цепных и базисных коэффициентов роста.
7. По каким причинам ряды динамики могут быть несопоставимы? Приведите примеры.
8. Какие существуют методы приведения информации, содержащейся в различных рядах динамики, к сопоставимому виду?
9. Как исчисляются средний темп роста и средний темп прироста уровней ряда?
10. Объясните, когда при определении среднего коэффициента роста целесообразно использовать формулу средней геометрической, когда — средней параболической. Приведите примеры.

Глава 7

ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

После изучения главы 7 студент должен:

знать

- теоретические основы выборочного метода;
- основные задачи и преимущества выборочного наблюдения;
- виды и методы отбора единиц из генеральной совокупности;
- основные обобщающие характеристики генеральной и выборочной совокупности;

уметь

- применять выборочное наблюдение в статистических исследованиях;
- в зависимости от сущности исследуемого явления, объема совокупности, вариации и распределения наблюдаемых признаков, материальных и трудовых ресурсов выбирать наиболее предпочтительную систему организации отбора;
- определять необходимый объем выборки;
- рассчитывать основные характеристики генеральной и выборочной совокупности;

владеть

- методикой расчета выборочных характеристик и определения ошибок выборки;
 - навыками распространения выборочных данных на генеральную совокупность.
-

7.1. Выборочное наблюдение – важнейший источник статистической информации

Изучение статистических совокупностей, состоящих из множеств единиц, связано с большими трудовыми и материальными затратами. С давних пор представлялось заманчивым не изучать все единицы совокупности, а отобрать лишь некоторую часть, по которой можно было бы судить о свойствах всей совокупности в целом. Попытки такого рода делались еще в XVII в. Отправной точкой в истории научной теории выборочного метода считают работы норвежского статистика А. К. Киаэра, который в 1895 г. впервые вынес на обсуждение в Международном институте статистики вопрос о применении выборочного метода как самостоятельного инструмента статистического обследования. До этого времени различного рода несплошные наблюдения проводились во многих странах на фоне переписей населения. В России первые упоминания о практическом применении выборочного наблюдения относятся к 1870-м гг. в связи с изучением усло-

вий жизни терского казачества. Затем с середины 1880-х гг. выборочный метод постепенно находит более широкое применение в практике земских статистиков.

Именно в статистической практике впервые зародились идеи выборочного наблюдения и были разработаны основные положения метода. Однако до начала XX в. единственным критерием представительности результатов выборочного наблюдения было лишь их совпадение с данными сплошных исследований. В 1902 г. английский статистик А. Боули впервые дал научное обоснование выборочного метода на основе теории вероятностей и указал априорные критерии точности результатов. Теория Боули позволяет в зависимости от объема выборочной совокупности определить теоретически допустимые пределы, за которые не выйдут отклонения результатов выборочного исследования от генеральных данных, и в зависимости от допустимой величины этих отклонений определить минимальный объем выборочной совокупности. Отобранная часть элементов совокупности (выборка) будет представлять всю совокупность с приемлемой точностью при двух условиях:

- она должна быть достаточно многочисленной, чтобы в ней могли проявиться закономерности, существующие в генеральной совокупности;
- элементы выборки должны быть отобраны объективно, независимо от воли исследователя, так чтобы каждый из них имел одинаковые шансы быть отобранным или же чтобы шансы эти были известны исследователю.

Эти условия устанавливаются математической теорией выборочного метода. Она основана на ряде важнейших теорем теории вероятностей, составляющих так называемый закон больших чисел. Лишь при соблюдении этих условий возникает объективная возможность оценить точность выборочного наблюдения на основании самих выборочных данных.

Выборочный метод обследования применяется прежде всего в тех случаях, когда сплошное наблюдение вообще невозможно. Обследование может быть связано с уничтожением или порчей обследуемых единиц. Так, например, при контроле качества хлебобулочных изделий, консервов и т.д. изделие после контрольных операций становится непригодным для реализации, что делает сплошной контроль невозможным. В нынешних условиях организации производственной и торговой деятельности данный метод как способ проверки качества продукции применяется большинством предприятий и организаций.

Кроме того, в современных условиях развития внешнеэкономических связей России при наличии, в частности, большого числа импортируемых продуктов и непродовольственных товаров таможенный и иной контроль обеспечивается также на основе выборки.

Невозможно сплошное обследование и в тех случаях, когда обследуемая совокупность очень велика, практически безгранична.

Проведение статистического наблюдения вообще требует соответствующего кадрового обеспечения. Сплошное обследование занимает иногда слишком большое число людей для его организации и проведения. Обращение к опыту выборочного наблюдения приводит к тому, что необходимый штат сотрудников значительно уменьшается. Это позволяет при-

влекать более квалифицированных людей, снизить опасность появления субъективных ошибок, особенно при непосредственной регистрации фактов, и достичь поставленных целей с помощью меньшего количества более компетентных специалистов-статистиков.

Во всех случаях выборочный метод позволяет сберечь значительные количества труда и средств как на этапе сбора сведений, так и на этапе их обработки и анализа. Экономия же труда и средств, получаемая при замене сплошного наблюдения выборочным, имеет немаловажное значение.

Наряду с экономией ресурсов одной из причин превращения выборочного наблюдения в важнейший источник статистической информации является возможность значительно ускорить получение необходимых данных. Ведь при обследовании, скажем, 15% единиц совокупности будет затрачено гораздо меньше времени, а результаты могут быть представлены быстрее и будут более актуальными. Фактор времени важен для статистического исследования, особенно в условиях быстро изменяющейся социально-экономической ситуации.

Роль выборочного исследования в получении статистических данных возрастает в силу возможности — когда это необходимо — расширения программы наблюдения. Так как исследованию подвергается сравнительно небольшая часть всей совокупности, можно с помощью многофазной выборки более широко и детально изучить отдельные единицы и их группы.

Итак, к преимуществам выборочного наблюдения, по сравнению со сплошным, следует отнести экономичность, быстроту, гибкость и возможность получения информации более высокого качества. Выборочный метод широко используется там, где получение информации о каждом элементе совокупности невозможно или слишком дорого. При обследовании части объектов появляется возможность больше внимания уделять организационным вопросам, в частности контролю качества процедур.

Все эти положительные качества привели к широкому применению выборочного наблюдения. Дадим его определение.

Выборочное наблюдение — статистическое наблюдение, при котором исследованию подвергают не все элементы изучаемой совокупности (называемой при этом генеральной), а только некоторую, определенным образом отобранную их часть. Выборочное наблюдение ставит перед собой задачу — по обследуемой части дать характеристику всей совокупности единиц при условии соблюдения всех правил и принципов проведения статистического наблюдения и научно организованной работы по отбору единиц. В отличие от **генеральной совокупности**, представляющей всю совокупность исследуемых единиц, **выборочная совокупность** представляет ту часть единиц генеральной совокупности, которая является объектом непосредственного наблюдения.

Чтобы отобранная часть была репрезентативна (т.е. представляла всю совокупность единиц), выборочное наблюдение должно быть специально организовано.

Результаты выборочного статистического исследования во многом зависят от уровня подготовки процесса наблюдения. Под *уровнем подготовки* в данном случае подразумевается соблюдение определенных правил

и принципов проектирования выборочного обследования. Важнейшим элементом проектирования является составление организационного плана выборочного наблюдения. В общем виде в организационный план включаются следующие вопросы.

1. Постановка цели и задачи наблюдения.
2. Определение границ объекта исследования.
3. Составление программы наблюдения и разработка ее материалов (составление анкеты, опросного листа, формы отчета и т.д.).
4. Определение процедуры отбора, способа отбора и объема выборки.
5. Подготовка кадров для проведения наблюдения, тиражирование формуляров, инструктивных документов и др.
6. Расчет выборочных характеристик и определение ошибок выборки.
7. Распространение выборочных данных на всю совокупность.

В различии между приемами, которыми гарантируется объективность выбора, и коренятся принципиальные различия между отдельными формами выборочного наблюдения.

7.2. Основные элементы выборки

В статистике приняты следующие обозначения:

N — объем генеральной совокупности;

n — объем выборочной совокупности;

\bar{x} — средняя в генеральной совокупности;

\bar{x} — средняя в выборочной совокупности;

p — доля единиц, обладающих изучаемым признаком, в генеральной совокупности;

w — доля единиц, обладающих изучаемым признаком, в выборочной совокупности;

σ_x^2 — генеральная дисперсия;

σ_x^2 — выборочная дисперсия;

σ_x — среднее квадратическое отклонение признака в генеральной совокупности;

σ_x — среднее квадратическое отклонение признака в выборочной совокупности.

Для характеристики надежности выборки рассматривают среднюю (μ) и предельную (Δ) ошибки выборки.

Ошибка выборки — это абсолютная величина в разности между соответствующими выборочной и генеральной характеристиками:

$|\bar{x} - \bar{x}|$ — ошибка для средней;

$|w - p|$ — ошибка для доли единиц.

Как и сама выборочная характеристика, ошибка выборки является случайной величиной.

Средняя ошибка выборки — это среднее квадратическое отклонение всех возможных значений выборочной средней (\bar{x}_i , где i — номер конкрет-

ной выборки) от генеральной средней (\bar{x}), т.е. от своего математического ожидания.

Пример 7.1. Из генеральной совокупности (инвестиционные проекты, данные об объеме инвестиций которых приведены в табл. 7.1) с числом единиц $N = 4$ осуществлена выборка, объем которой равен $n = 2$.

Таблица 7.1

Объем инвестиций

Номер проекта	1	2	3	4
Объем инвестиций, млн руб.	251	268	482	185

Все возможные выборки представлены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Определение выборочной средней для всех возможных вариантов

Номер отобранных проектов	Выборочная средняя \tilde{x}_j
1 и 1	$(251 + 251)/2 = 251$
1 и 2	$(251 + 268)/2 = 259,5$
1 и 3	$(251 + 482)/2 = 366,5$
1 и 4	$(251 + 185)/2 = 218$
2 и 1	$(268 + 251)/2 = 259,5$
2 и 2	$(268 + 268)/2 = 268$
2 и 3	$(268 + 482)/2 = 375$
2 и 4	$(268 + 185)/2 = 226,5$
3 и 1	$(482 + 251)/2 = 366,5$
3 и 2	$(482 + 268)/2 = 375$
3 и 3	$(482 + 482)/2 = 482$
3 и 4	$(482 + 185)/2 = 333,5$
4 и 1	$(185 + 251)/2 = 218$
4 и 2	$(185 + 268)/2 = 226,5$
4 и 3	$(185 + 482)/2 = 333,5$
4 и 4	$(185 + 185)/2 = 185$

Определим средний объем инвестиций в генеральной совокупности:

$$\bar{x} = \frac{251 + 268 + 482 + 185}{4} = 296,5 \text{ млн руб.}$$

Определим среднее квадратическое отклонение всех возможных значений выборочной средней от генеральной средней.

Сгруппируем данные, представленные в табл. 7.2, и расчет проведем по сгруппированным данным.

Данные для определения средней ошибки выборки

i	Средний объем инвестиций в выборке \tilde{x}_i , млн руб.	Частота появления i -го значения выборочной средней f_i	Отклонение выборочной средней от генеральной средней $(\tilde{x}_i - \bar{x})$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 f_i$
1	251	1	-45,5	2070,25
2	259,5	2	-37	2738
3	366,5	2	70	9800
4	218	2	-78,5	12 324,5
5	268	1	-28,5	812,25
6	375	2	78,5	12 324,5
7	226,5	2	-70	9800
8	482	1	185,5	34 410,25
9	333,5	2	37	2738
10	185	1	-111,5	12 432,25
Сумма		16		99 450

Дисперсия возможных значений выборочной средней:

$$\frac{\sum(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{99\,450}{16} = 6215,625.$$

Среднее квадратическое отклонение всех возможных значений выборочной средней от генеральной средней равно $\sqrt{6215,625} = 78,84$ млн руб.

Полученная величина и называется средней ошибкой выборки.

Учитывая, что на основе выборочного обследования нельзя точно оценить изучаемый параметр генеральной совокупности, необходимо найти пределы, в которых он находится. В конкретной выборке разность $|\tilde{x}_i - \bar{x}|$ может быть больше, меньше или равна μ . Каждое из отклонений $|\tilde{x}_i - \bar{x}|$ от μ имеет определенную вероятность. При выборочном обследовании реальное значение \bar{x} в генеральной совокупности неизвестно. Зная среднюю ошибку выборки, с определенной вероятностью можно оценить отклонение выборочной средней от генеральной и установить пределы, в которых находится средняя в генеральной совокупности. **Предельная ошибка выборки** — это максимально возможное отклонение выборочной характеристики от генеральной, т.е. максимум ошибки при заданной вероятности ее появления.

Вероятность появления определенной ошибки выборки находят с помощью теорем теории вероятностей.

Пользуясь теоремой Ляпунова¹, можно указать вероятность (P) того, что ошибка выборки не превысит некоторую заданную величину Δ , т.е. что $|\tilde{x} - \bar{x}| \leq \Delta_{\tilde{x}}$ или $|w - p| \leq \Delta_w$. Вероятность P при этом называют **доверитель-**

¹ См., например: *Кремер Н. Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата. 4-е изд., перераб. и дополн. М. : Юрайт, 2015.

ной вероятностью, а пределы, в которых с этой вероятностью может находиться генеральная характеристика, называют **доверительными пределами** (или границами) этой характеристики. Для экономических задач доверительная вероятность чаще всего принимается 0,95. Доверительные пределы генеральной средней или доли определяются на основе неравенств

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}};$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

Предельная ошибка выборки связана со средней ошибкой выборки следующим соотношением:

$$\Delta = t\mu,$$

где t — коэффициент доверия, зависящий от вероятности, с которой определяется предельная ошибка выборки.

В табл. 7.4 приведены некоторые значения t .

Таблица 7.4

Коэффициент доверия t и соответствующие уровни доверительной вероятности

Вероятность P	0,683	0,866	0,95	0,954	0,988	0,99	0,997	0,999
Значение t	1,0	1,5	1,96	2,0	2,5	2,58	3,0	3,5

7.3. Основные способы формирования выборочной совокупности

В каждом конкретном случае в зависимости от целого ряда условий, а именно: сущности исследуемого явления, объема совокупности, вариации и распределения наблюдаемых признаков, материальных и трудовых ресурсов — выбирают наиболее предпочтительную систему организации отбора, которая определяется видом, методом и способом отбора.

По виду отбора различают:

- *индивидуальный* отбор, при котором в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности;
- *групповой* отбор, при котором в выборочную совокупность отбираются группы единиц;
- *комбинированный* отбор, предполагающий сочетание группового и индивидуального отбора.

Метод отбора определяет возможность продолжения участия отобранной единицы в процедуре отбора. По методу отбора различают:

- *повторный* отбор, при котором вероятность попадания каждой отдельной единицы в выборку остается постоянной, так как после отбора какой-то единицы она снова возвращается в совокупность и снова может быть выбранной;
- *бесповторный* отбор, при котором каждая отобранная единица не возвращается обратно и вероятность попадания отдельных единиц в выборку все время изменяется (для оставшихся единиц она возрастает).

На практике повторный отбор осуществляется редко. Он применяется в тех случаях, когда характер исследуемого явления предполагает возможность повторной регистрации единиц. Такая возможность прежде всего может иметь место в выборочных обследованиях населения в качестве покупателей, пациентов и т.д.

По степени охвата единиц совокупности различают *большую* и *малую* выборки. Под малой выборкой понимается такое выборочное наблюдение, численность единиц которого не превышает 30.

Способ отбора определяет конкретный механизм или процедуру выборки единиц из генеральной совокупности. В практике выборочных обследований наибольшее распространение получили следующие виды выборки:

- собственно-случайная;
- механическая;
- типическая;
- серийная;
- комбинированная.

Рассмотрим далее указанные виды выборки по способу отбора.

Собственно-случайная выборка заключается в отборе единиц из генеральной совокупности наугад или наудачу без каких-либо элементов системности. Однако прежде чем производить собственно-случайный отбор, необходимо убедиться, что все без исключения единицы генеральной совокупности имеют абсолютно равные шансы попадания в выборку, в списках или перечне отсутствуют пропуски, игнорирования отдельных единиц и т.п. Следует также установить четкие границы генеральной совокупности таким образом, чтобы включение или невключение в нее отдельных единиц не вызывало сомнений. Так, например, при обследовании торговых предприятий важно определить, включает ли генеральная совокупность торговые павильоны, коммерческие палатки и прочие подобные объекты.

После проведения отбора для определения возможных границ генеральных характеристик рассчитываются средняя и предельная ошибки выборки.

Величина средней ошибки выборки рассчитывается дифференцированно в зависимости от способа отбора и процедуры выборки. Наряду с определением ошибок выборки и пределов для генеральной средней эти же показатели могут быть определены для доли признака. В этом случае особенности расчета связаны с определением дисперсии доли, которая вычисляется следующим образом:

$$\sigma_w^2 = w(1-w).$$

Формулы для нахождения средней ошибки выборки при собственно-случайном отборе представлены в табл. 7.5.

В формуле средней ошибки выборки для доли величина $w(1-w)$ — дисперсия доли изучаемого признака в выборочной совокупности. Лучше брать дисперсию доли признака в генеральной совокупности — $p(1-p)$, но она неизвестна.

Таблица 7.5

Формулы средней ошибки выборки при собственно-случайном отборе

Оцениваемый параметр	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Средняя	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Доля	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}} = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Отметим, что приведенные формулы справедливы при достаточно большом объеме выборочной совокупности.

Средняя ошибка выборки рассчитывается по формуле $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$. Только при достаточно большом объеме выборочной совокупности ($n > 30$) в знаменателе этой формулы можно пренебречь единицей и вместо величины $(n - 1)$ использовать величину n , что и показано в табл. 7.5. Что касается формулы для средней ошибки при собственно-случайном бесповторном отборе, то она выглядит следующим образом: $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}}$, но при больших значениях N величину $(N - 1)$ заменяют на N и в таблице приводятся упрощенные формулы.

Покажем практическое применение рассмотренной методики на примерах.

Пример 7.2. На электроламповом заводе методом случайной бесповторной выборки из партии в 1000 шт. было отобрано для проверки 100 ламп. Средняя продолжительность горения оказалась 1320 ч при среднем квадратическом отклонении 61,0 ч. С вероятностью 0,95 определим пределы, в которых находится средняя продолжительность горения в генеральной совокупности.

Решение

Рассчитаем сначала среднюю и предельную ошибки выборки. Средняя ошибка

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{61^2}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 5,79 \text{ ч.}$$

Так как при $P = 0,95$ коэффициент доверия $t = 1,96$, то предельная ошибка равна

$$\Delta = t\mu = 1,96 \cdot 5,79 = 11,35 \text{ ч.}$$

Определим пределы генеральной средней:

$$1320 - 11,35 \leq \bar{x} \leq 1320 + 11,35;$$

$$1308,65 \leq \bar{x} \leq 1331,35.$$

Следовательно, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что средняя продолжительность горения ламп в генеральной совокупности (во всей партии) находится в пределах от 1308,65 до 1331,35 ч.

Пример 7.3. Автомат фасует чай в пачки. Проведена случайная повторная выборка объемом $n = 40$ пачек. Результаты взвешивания приведены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Результаты выборочного обследования

Вес, г	96	97	98	99	100	101	102	103	105
Количество пачек	5	6	3	6	5	7	4	2	2

Найдем доверительный интервал для среднего веса пачки чая в генеральной совокупности с доверительной вероятностью 0,99.

Решение

Средний вес пачки чая в выборке

$$\bar{x} = \frac{96 \cdot 5 + 97 \cdot 6 + 98 \cdot 3 + 99 \cdot 6 + 100 \cdot 5 + 101 \cdot 7 + 102 \cdot 4 + 103 \cdot 2 + 105 \cdot 2}{40} = 99,5 \text{ г.}$$

Определим выборочную дисперсию, используя табл. 7.7.

Таблица 7.7

Данные для расчета выборочной дисперсии

Вес x_i , г	Количество пачек f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
96	5	-3,5	61,25
97	6	-2,5	37,5
98	3	-1,5	6,75
99	6	-0,5	1,5
100	5	0,5	1,25
101	7	1,5	15,75
102	4	2,5	25
103	2	3,5	24,5
105	2	5,5	60,5
Итого	40	—	234

Получаем

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{234}{40} = 5,85.$$

Вычислим теперь предельную ошибку выборки (с учетом того, что при $P = 0,99$ коэффициент доверия $t = 2,58$):

$$\Delta_{\bar{x}} = 2,58 \sqrt{\frac{5,85}{40}} = 0,99.$$

Найдем доверительный интервал:

$$99,5 - 0,99 \leq \bar{x} \leq 99,5 + 0,99;$$

$$98,51 \leq \bar{x} \leq 100,49,$$

т.е. искомый интервал [98,51; 100,49]. Следовательно, с вероятностью 0,99 можно утверждать, что средний вес пачки чая в генеральной совокупности находится в пределах от 98,51 до 100,49 г.

Как мы уже говорили, очень часто нас интересует, какова генеральная доля — доля объектов генеральной совокупности, обладающих определенным свойством. Рассмотрим следующий пример.

Пример 7.4. Проведена 25%-ная случайная бесповторная выборка объемом $n = 2000$ шт. изделий. 150 из них оказались бракованными. Найдем доверительный интервал доли бракованных изделий в генеральной совокупности для доверительной вероятности 0,997.

Решение

Определим выборочную долю: $w = \frac{150}{2000} = 0,075$, или 7,5%.

Учитывая, что при $P = 0,997$ коэффициент доверия $t = 3$, вычислим предельную ошибку выборочной доли:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,075(1-0,075)}{2000} (1-0,25)} = 0,0051, \text{ или } 0,51\%.$$

Пределы доли признака в генеральной совокупности:

$$7,5 - 0,51 \leq p \leq 7,5 + 0,51, \text{ или } 6,99 \leq p \leq 8,01.$$

Таким образом, с вероятностью 0,997 можно утверждать, что доля бракованных изделий в генеральной совокупности находится в пределах от 6,99 до 8,01%.

Механический отбор основан на предварительном упорядочении генеральной совокупности. Для проведения механической выборки устанавливается пропорция отбора, которая определяется соотношением объемов выборочной и генеральной совокупностей. Так, если из совокупности в 1 млн ед. предполагается получить 5%-ную выборку, т.е. отобрать 50 тыс. ед., то пропорция отбора составит $\frac{1}{20} = \left(\frac{1}{1\,000\,000 : 50\,000}\right)$. Отбор

единиц осуществляется в соответствии с установленной пропорцией через равные интервалы. Например, при пропорции 1 : 50 (2%-ная выборка) отбирается каждая 50-я единица, при пропорции 1 : 20 (5%-ная выборка) — каждая 20-я единица и т.д.

Генеральную совокупность при механическом отборе можно ранжировать или упорядочить по величине изучаемого или коррелирующего с ним признака, что позволит повысить репрезентативность выборки. Однако в этом случае возрастает опасность систематической ошибки, связанной с занижением значений изучаемого признака (если из каждого интервала регистрируется первое значение) или с его завышением (если из каждого интервала регистрируется последнее значение). Поэтому целесообразно отбор начинать с середины первого интервала, например при 5%-ной выборке отобрать 10-ю, 30-ю, 50-ю, 70-ю и с таким же интервалом последующие единицы.

Отметим, что практически легче организовать механическую выборку, чем собственно-случайную, и при проведении выборочных обследований чаще всего пользуются этим видом выборки. Широко применяется механический отбор при контроле качества различных продуктов. Например,

при контроле качества макарон механически отбирается из партии каждая 50-я единица (пачка или коробка). Аналогично производится контроль качества консервов, сигарет и т.д.

Для определения средней ошибки механической выборки используется формула средней ошибки при собственно-случайном бесповторном отборе.

В последние годы более широкое практическое применение получил типический отбор.

Типический отбор состоит в том, что все единицы совокупности предварительно распределяют на группы по какому-либо типичному признаку, после чего из каждой типической группы отбирают единицы для обследования механическим или собственно-случайным методом. При таком способе отбора гарантировано попадание в выборку представителей всех типических групп, что, безусловно, повышает ее репрезентативность. Чем однороднее состав образованных типических групп, тем лучше типическая выборка будет воспроизводить характеристики изучаемого признака в генеральной совокупности.

Выбор типических признаков производится на основе экономического анализа изучаемой совокупности. Качественно однородные группы при типической выборке могут образовываться как в результате специально проведенной типической группировки единиц генеральной совокупности, так и в результате использования уже имеющихся, в том числе и естественно сложившихся явлений.

Например, при анализе причин выполнения задания по продаже товаров вначале производят группировку магазинов по уровню выполнения задания на три типические группы: не выполнившие, выполнившие и перевыполнившие задания. При изучении же производительности труда работников розничной торговли используются имеющиеся данные о товарообороте и численности работающих по группам с однородными показателями трудоемкости реализации товаров. Поскольку в выборочную совокупность в той или иной пропорции обязательно попадают представители всех групп, типизация генеральной совокупности позволяет исключить влияние межгрупповой дисперсии на среднюю ошибку выборки, которая в этом случае определяется только внутригрупповой вариацией.

Типическая выборка при той же ее численности точнее, чем просто случайная.

Отбор единиц в типическую выборку может быть организован либо пропорционально объему типических групп, либо пропорционально внутригрупповой дифференциации признака.

При выборке, пропорциональной объему типических групп, число единиц, подлежащих отбору из каждой группы, определяется следующим образом:

$$n_i = n \frac{N_i}{N},$$

где N_i — число единиц в i -й типической группе генеральной совокупности; n_i — число единиц, попавших в выборку из i -й группы.

При выборке, пропорциональной дифференциации признака, число наблюдений по каждой группе рассчитывается по формуле

$$n_i = n \frac{\sigma_i N_i}{\sum_{k=1}^s \sigma_k N_k},$$

где s — число типических групп; σ_i — среднее квадратическое отклонение признака в i -й группе.

Формулы для определения средней ошибки выборки приведены в табл. 7.8.

Таблица 7.8

Формулы средней ошибки выборки при типическом отборе

Оцениваемый параметр	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Выборка, пропорциональная объему типических групп		
Средняя	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}},$ где σ_i^2 — средняя из внутригрупповых дисперсий	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Доля	$\mu = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}},$ где $w_i(1-w_i)$ — средняя из внутригрупповых дисперсий доли	$\mu = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Выборка, пропорциональная дифференциации признака		
Средняя	$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^s \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}}$ где s — число типических групп	$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^s \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)}$
Доля	$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^s \frac{w_i(1-w_i) N_i^2}{n_i}}$	$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^s \frac{w_i(1-w_i) N_i^2}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)}$

Отбор, пропорциональный дифференциации признака, дает лучшие результаты, однако на практике его применение затруднено вследствие трудности получения сведений о вариации до проведения выборочного наблюдения.

Методы расчета ошибки типической выборки рассмотрим на следующем примере.

Пример 7.5. С целью определения средней месячной заработной платы персонала гостиниц города был проведен 25%-ный бесповторный типический отбор с отбором единиц пропорционально численности типических групп. Результаты обследования представлены в табл. 7.9.

Результаты обследования персонала гостиниц

Тип гостиницы	Средняя месячная заработная плата x_p , руб.	Среднее квадратическое отклонение σ_p , руб.	Число сотрудников n_p , чел.
1	8700	400	30
2	10400	1600	80
3	12600	1900	140
4	15300	2150	190

С вероятностью 0,954 определим пределы средней месячной заработной платы всех сотрудников гостиниц.

Решение

В выборочной совокупности средняя месячная заработная плата сотрудников

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i n_i}{\sum_{i=1}^4 n_i} = \frac{8700 \cdot 30 + 10400 \cdot 80 + 12600 \cdot 140 + 15300 \cdot 190}{30 + 80 + 140 + 190} = 13100 \text{ руб.}$$

Для нахождения средней ошибки выборки необходимо знать среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{400^2 \cdot 30 + 1600^2 \cdot 80 + 1900^2 \cdot 140 + 2150^2 \cdot 190}{30 + 80 + 140 + 190} = 3621079,545.$$

Так как при $P = 0,954$ коэффициент доверия $t = 2$, то предельная ошибка равна

$$\Delta = t\mu = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3621079,545}{440} (1 - 0,25)} = 157,13 \text{ руб.}$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно сделать вывод о том, что среди персонала гостиниц города средняя месячная заработная плата находится в следующих пределах:

$$\bar{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta;$$

$$13100 - 157,13 \leq \bar{x} \leq 13100 + 157,13;$$

$$12942,87 \leq \bar{x} \leq 13257,13.$$

Для того чтобы на основе приведенных данных сформировать выборочную совокупность с учетом не только численности выделенных групп в генеральной совокупности, но и степени вариации в них изучаемого признака, надо исходить из предположения, что групповые дисперсии в выборочной и генеральной совокупностях равны.

Воспользуемся полученными внутригрупповыми дисперсиями для проведения отбора, пропорционального дифференциации признака. Определим необходимый объем выборки по каждому типу гостиниц. Численность сотрудников в каждой выделенной группе:

$$N_1 = \frac{30}{0,25} = 120 \text{ чел.}; N_2 = \frac{80}{0,25} = 320 \text{ чел.}; N_3 = \frac{140}{0,25} = 560 \text{ чел.}; N_4 = \frac{190}{0,25} = 760 \text{ чел.};$$

$$n_1 = n \frac{N_1 \sigma_1}{\sum_{i=1}^4 N_i \sigma_i} = 440 \frac{120 \cdot 400}{120 \cdot 400 + 320 \cdot 1600 + 560 \cdot 1900 + 760 \cdot 2150} = 440 \frac{48\,000}{3\,258\,000} \approx 6;$$

$$n_2 = n \frac{N_2 \sigma_2}{\sum_{i=1}^4 N_i \sigma_i} = 440 \frac{320 \cdot 1600}{120 \cdot 400 + 320 \cdot 1600 + 560 \cdot 1900 + 760 \cdot 2150} = 440 \frac{512\,000}{3\,258\,000} \approx 69;$$

$$n_3 = n \frac{N_3 \sigma_3}{\sum_{i=1}^4 N_i \sigma_i} = 440 \frac{560 \cdot 1900}{120 \cdot 400 + 320 \cdot 1600 + 560 \cdot 1900 + 760 \cdot 2150} = 440 \frac{1\,064\,000}{3\,258\,000} \approx 144;$$

$$n_4 = n \frac{N_4 \sigma_4}{\sum_{i=1}^4 N_i \sigma_i} = 440 \frac{760 \cdot 2150}{120 \cdot 400 + 320 \cdot 1600 + 560 \cdot 1900 + 760 \cdot 2150} = 440 \frac{1\,634\,000}{3\,258\,000} \approx 221.$$

Таким образом, при оптимальном размещении необходимо обследовать 6 сотрудников гостиниц 1-го типа, 69 сотрудников гостиниц 2-го типа, 144 сотрудника гостиниц 3-го типа и 221 сотрудника гостиниц 4-го типа. С учетом полученных значений рассчитаем среднюю ошибку выборки:

$$\mu = \frac{\sqrt{\frac{400^2 \cdot 120^2}{6} \left(1 - \frac{6}{120}\right) + \frac{1600^2 \cdot 320^2}{69} \left(1 - \frac{69}{320}\right) + \frac{1900^2 \cdot 560^2}{144} \left(1 - \frac{144}{560}\right) + \frac{2150^2 \cdot 760^2}{221} \left(1 - \frac{221}{760}\right)}}{1760} = 74,13.$$

При $P = 0,954$ предельная ошибка выборки равна 148,26 руб., т.е. немного меньше, чем при пропорциональном отборе.

В торговле довольно широко применяется так называемая **серийная (гнездовая) выборка**. Данный способ отбора удобен в тех случаях, когда единицы совокупности объединены в небольшие группы или серии. В качестве таких серий могут рассматриваться упаковки с определенным количеством готовой продукции, партии товара, бригады и другие объединения. Сущность серийной выборки заключается в собственно-случайном или механическом отборе серий, внутри которых производится сплошное обследование единиц.

Серии состоят из единиц, связанных между собой различным образом:

- территориально (районы, поселки и т.п.);
- организационно (предприятия, цеха, бригады);
- во времени (совокупность единиц продукции, выработанной в определенный промежуток времени).

Применение серийной выборки в торговле обусловлено тем, что многие товары для их транспортировки, хранения и продажи упаковываются в коробки, ящики, пачки. Поэтому при контроле качества поступившего в упаковке товара рациональнее проверить несколько отдельных упаковок (серий), чем из всех упаковок отобрать необходимое количество единиц товара.

Серийная выборка обеспечивает экономию в расходах и в тех случаях, когда обследования распространяются на обширную территорию и гнездами являются территориальные единицы.

По сравнению с типической выборкой серийная выборка дает более высокую ошибку репрезентативности. Это обусловлено тем, что при серийной выборке, как правило, обследуется сравнительно небольшое число серий. Для уменьшения возможной ошибки серийной выборки на практике приходится увеличивать объем обследуемых серий.

Однако серийный отбор значительно проще в организационном отношении и дешевле, чем другие способы.

Обозначим число серий в генеральной совокупности R , а r — число отобранных серий.

Поскольку внутри групп (серий) обследуются все без исключения единицы, средняя ошибка серийной выборки (при отборе равновеликих серий) зависит от величины только межгрупповой (межсерийной) дисперсии и определяется по формулам, представленным в табл. 7.10.

Таблица 7.10

Формулы средней ошибки выборки при серийном отборе

Оцениваемый параметр	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Средняя	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_r^2}{r}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_r^2}{r} \frac{R-r}{R-1}}$
Доля	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \frac{R-r}{R-1}}$

Если число серий в генеральной совокупности велико, то вместо $(R - 1)$ можно использовать величину R . Тогда формулы для бесповторного отбора примут вид

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta_r^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} \text{ и } \mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)},$$

В знаменателе первой дроби величина r берется лишь при большом объеме выборки, если же число отобранных серий невелико, то вместо r должна быть величина $(r - 1)$.

Отметим, что при серийной выборке повторный отбор практически неприменим, поэтому используются формулы ошибок для бесповторного отбора.

Межсерийную дисперсию вычисляют следующим образом:

$$\delta_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{r}, \quad \bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^r \bar{x}_i}{r}$$

где \bar{x}_i — среднее значение признака в i -й серии; $\bar{\bar{x}}$ — общая средняя по всей выборочной совокупности.

При нахождении межсерийной дисперсии для доли необходимо учесть, что среднее значение альтернативного признака равно доле единиц, обладающих этим признаком. Соответственно, оно будет равно \bar{w} в выборке и

w_i в каждой отобранной серии. В таком случае межсерийную дисперсию вычисляют следующим образом:

$$\delta_w^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (w_i - \bar{w})^2}{r},$$

где $\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i}{r}$.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 7.6. При контрольной проверке качества импортруемых кондитерских изделий было проведено 10%-ное выборочное обследование. Из партии, содержащей 500 ящиков, в выборку было взято 50 ящиков для сбора данных о вариации их веса. Результаты проверки представлены в табл. 7.11.

Таблица 7.11

Результаты обследования качества импортруемых кондитерских изделий

Средний вес коробки в ящике x_i , г		500	520	530	540	550	Итого (в целом по выборке)
Количество ящиков f_i		10	12	15	8	5	50
Расчетные графы	$x_i f_i$	5000	6240	7950	4320	2750	26 260
	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	6502,5	324,48	303,75	1752,32	3075,2	11 958,25

Требуется определить пределы контролируемого параметра во всей партии с вероятностью 0,954.

Решение

Рассчитаем общую среднюю по всей выборочной совокупности:

$$\bar{x} = \frac{26\,260}{50} = 525,2.$$

Межсерийная дисперсия равна

$$\delta_r^2 = \frac{11\,958,25}{50} = 239,165.$$

Определим теперь предельную ошибку серийной бесповторной выборки:

$$\Delta = 2 \cdot \sqrt{\frac{239,165}{50} \left(1 - \frac{50}{500}\right)} \approx 4,15.$$

Следовательно, вес коробки в партии будет с вероятностью 0,954 находиться в пределах

$$525,2 - 4,15 \leq \bar{x} \leq 525,2 + 4,15, \text{ или } 521,05 \leq \bar{x} \leq 529,35.$$

Рассмотренные способы выборочных исследований на практике обычно применяются не в «чистом» виде, а комбинируются в различных сочетаниях и с различной последовательностью. Это вызвано тем, что отбор единиц из генеральной совокупности для их обследования представляет

порой сложный процесс, который затрагивает различные стороны образования выборки и в каждом конкретном случае может быть осуществлен по различным схемам. **Комбинированная выборка** основана на сочетании нескольких способов выборки.

При рассмотренных способах формирования выборочной совокупности отбор единиц для наблюдения осуществлялся уже на первом этапе. Такой отбор называется *одноступенчатым*. Однако на практике часто используется многоступенчатый отбор. *Многоступенчатая* выборка есть образование внутри генеральной совокупности вначале крупных групп единиц, из которых производят отбор. Затем из них отбираются группы, меньшие по объему, и так до тех пор, пока не будут отобраны те группы или отдельные единицы, которые необходимо исследовать.

Еще раз отметим, что все вышеприведенные формулы применимы для *большой* выборки. Кроме большой выборки используются так называемые *малые* выборки ($n < 30$), которые могут иметь место в случаях нецелесообразности использования больших выборок

При расчете ошибок малой выборки необходимо учесть два момента:

1) формула средней ошибки имеет вид $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$;

2) при оценке результатов малой выборки величина генеральной дисперсии в расчетах не используется. При определении доверительных интервалов исследуемого показателя в генеральной совокупности или при нахождении вероятности допущения той или иной ошибки необходимо использовать таблицы *t*-распределения (распределения Стьюдента).

При проектировании выборочного наблюдения одним из наиболее сложных является вопрос о необходимой численности выборки. При любом способе отбора предельная ошибка выборки обратно пропорциональна числу обследованных единиц. Чтобы уменьшить ошибку выборки, надо увеличить ее объем, но это повлечет за собой увеличение затрат на проведение обследования. Численность выборочной совокупности может быть определена на базе допустимой ошибки исходя из вероятности, на основе которой можно гарантировать величину устанавливаемой ошибки, и, наконец, на базе способа отбора.

Формулы необходимого объема выборки для различных способов формирования выборочной совокупности могут быть выведены из соответствующих соотношений, используемых при расчете предельных ошибок выборки (табл. 7.12).

Таблица 7.12

Формулы необходимого объема выборки для различных способов отбора

Способ отбора	Оцениваемый параметр	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Собственно-случайный и механический	Средняя	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{N t^2 \sigma^2}{N \Delta^2 + t^2 \sigma^2}$
	Доля	$n = \frac{t^2 p(1-p)}{\Delta^2}$	$n = \frac{N t^2 p(1-p)}{N \Delta^2 + t^2 p(1-p)}$

Окончание табл. 7.12

Способ отбора	Оцениваемый параметр	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Типический	Средняя	$n = \frac{t^2 \overline{\sigma_i^2}}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2 \overline{\sigma_i^2}}{N\Delta^2 + t^2 \overline{\sigma_i^2}}$
	Доля	$n = \frac{t^2 \overline{p_i(1-p_i)}}{\Delta^2}$	$n = \frac{Nt^2 \overline{p_i(1-p_i)}}{N\Delta^2 + t^2 \overline{p_i(1-p_i)}}$
Серийный	Средняя	$r = \frac{t^2 \delta_r^2}{\Delta^2}$	$r = \frac{Rt^2 \delta_r^2}{(R-1)\Delta^2 + t^2 \delta_r^2}$
	Доля	$r = \frac{t^2 \delta_p^2}{\Delta^2}$	$r = \frac{Rt^2 \delta_p^2}{(R-1)\Delta^2 + t^2 \delta_p^2}$

В соответствии с принятыми обозначениями: p — доля единиц, обладающих изучаемым признаком, в генеральной совокупности; w — доля единиц, обладающих изучаемым признаком, в выборочной совокупности. Соответственно, $p(1-p)$ и $w(1-w)$ — дисперсии доли, основанные на данных генеральной и выборочной совокупности. Величины $\overline{p_i(1-p_i)}$, $\overline{w_i(1-w_i)}$ — средние из внутригрупповых дисперсий доли.

Значения величин $\overline{p_i(1-p_i)}$, δ_r^2 и δ_p^2 устанавливаются так же, как и дисперсия при собственно-случайном отборе. Если их оценка основана на данных пробных выборок, то в соответствующих формулах, приведенных в табл. 7.12, вместо генеральных характеристик необходимо использовать выборочные.

Рассмотрим примеры определения необходимого объема выборки при различных способах формирования выборочной совокупности.

Пример 7.7. Для изучения структуры и стоимости покупок в универмаге из 10 000 покупателей следует отобрать бесповторным случайным образом определенное число человек, которое бы обеспечивало с вероятностью 0,95 определение общей стоимости покупок с предельной ошибкой, не превышающей 2 руб. Дисперсию по предыдущему исследованию следует принять 620.

Решение

Рассчитаем необходимый объем выборки:

$$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta^2 + t^2\sigma^2} = \frac{10\,000 \cdot 1,96^2 \cdot 620}{10\,000 \cdot 2^2 + 1,96^2 \cdot 620} \approx 562 \text{ чел.}$$

Пример 7.8. На заводе 2500 станков, в том числе токарных — 990, фрезерных — 740, шлифовальных — 500, прочих — 270. С целью исследования производительности станков планируется организовать типическую пропорциональную выборку станков с механическим отбором внутри групп. По результатам аналогичного исследования на другом подобном предприятии среднее квадратическое отклонение составило 60. Сколько станков необходимо отобрать из каждой группы, чтобы ошибка выборки не превышала 20 ед. при вероятности 0,997?

Решение

Рассчитаем общую численность типической выборки:

$$n = \frac{Nt^2\overline{\sigma_i^2}}{N\Delta^2 + t^2\overline{\sigma_i^2}} = \frac{2500 \cdot 3^2 \cdot 60^2}{2500 \cdot 20^2 + 3^2 \cdot 60^2} \approx 79 \text{ станков.}$$

Вычислим теперь объем отдельных типических групп:

$$\text{токарных станков} - n_1 = \frac{990 \cdot 79}{2500} = 31 \text{ шт.};$$

$$\text{фрезерных станков} - n_2 = \frac{740 \cdot 79}{2500} = 23 \text{ шт.};$$

$$\text{шлифовальных станков} - n_3 = \frac{500 \cdot 79}{2500} = 16 \text{ шт.};$$

$$\text{прочих} - n_4 = \frac{270 \cdot 79}{2500} = 9 \text{ шт.}$$

Таким образом, необходимый объем выборочной совокупности составляет 31 токарный станок, 23 фрезерных станка, 16 шлифовальных станков и 9 прочих.

Пример 7.9. На склад предприятия поступило 1000 ящиков готовых изделий по 100 шт. в каждом. Для установления среднего веса деталей необходимо провести серийную выборку методом механического отбора так, чтобы с вероятностью 0,997 ошибка выборки не превышала 3 г. На основе предыдущих обследований известно, что дисперсия серийной выборки равна 6. Определим необходимый объем выборки.

Решение

Необходимый объем выборки рассчитаем на основе формулы объема серийной бесповторной выборки:

$$r = \frac{Rt^2\delta_p^2}{R\Delta^2 + t^2\delta_p^2} = \frac{1000 \cdot 3^2 \cdot 6}{1000 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 6} = 6 \text{ ящиков.}$$

В статистических исследованиях с помощью формулы предельной ошибки можно решать ряд задач:

- 1) определять возможные пределы нахождения характеристики генеральной совокупности на основе данных выборки;
- 2) определять доверительную вероятность, которая означает, что характеристика генеральной совокупности отличается от выборочной на заданную величину. Доверительная вероятность является функцией от t , где $t = \frac{\Delta}{\mu}$, и определяется по специальной таблице.

7.4. Оценка результатов выборочного наблюдения

Заключительным этапом выборочного наблюдения является распространение его результатов на генеральную совокупность. Однако часто при статистическом изучении социально-экономических явлений этому процессу предшествует оценка результатов наблюдения с точки зрения самой возможности распространения. При этом учитываются два основных обстоятельства.

1. Насколько адекватно представлена генеральная совокупность в выборке, т.е. не изменилась ли в результате обследования структура запланированной ее основы, соблюдены ли основные пропорции между типическими группами в выборочной и генеральной совокупностях. Таким образом, вывод о возможности распространения в значительной степени зависит от качества основы выборки, прежде всего от ее полноты. Под **полнотой** подразумевается наличие или представленность всех типов или групп данной генеральной совокупности в основе выборки. Неполнота основы может привести к нарушению представительности выборки и, как следствие, к неправильным выводам при анализе данных наблюдения.

2. Какова степень соответствия фактически полученной относительной ошибки выборки запланированному ее уровню. Фактическое значение относительной ошибки определяется путем сопоставления абсолютной величины предельной ошибки выборки, полученной в результате обследования, со средним уровнем признака, рассчитанным на основе выборки. Относительная ошибка: $\Delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100\%$ (или для доли $\Delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{w} \cdot 100\%$).

Если генеральная совокупность адекватно представлена в выборке и величина относительной ошибки не превышает заранее установленного для данного обследования предельного значения, то данные выборочного наблюдения являются представительными и могут быть распространены на генеральную совокупность.

Основными методами распространения выборочного наблюдения на генеральную совокупность являются прямой пересчет и способ коэффициентов.

Прямой пересчет есть произведение среднего значения признака, найденного в результате выборочного наблюдения, на объем генеральной совокупности. Практические расчеты при этом не вызывают серьезных затруднений. Например, зная по результатам выборочного обследования среднедушевой денежный доход, можно определить общую сумму денежного дохода.

Однако большое число факторов не позволяет в полной мере использовать точечную оценку прямого пересчета при распространении результатов выборки на генеральную совокупность. На практике чаще пользуются интервальной оценкой, позволяющей учесть размер предельной ошибки выборки, рассчитанной для средней или для доли признака. Так, зная по результатам выборочного обследования пределы для среднедушевого денежного дохода ($\bar{x} \pm \Delta$), можно определить границы, в которых находится общая сумма денежного дохода населения.

В тех случаях, когда выборочное наблюдение проводится для проверки и уточнения данных сплошного наблюдения, используется **способ коэффициентов**. При этом рекомендуется использовать формулу

$$Y_1 = Y_0 \frac{y_1}{y_0},$$

где Y_1 — численность совокупности с поправкой на недоучет; Y_0 — численность совокупности без этой поправки; y_0 — численность совокупности в контрольных точках по первоначальным данным; y_1 — численность совокупности в тех же точках по данным контрольных мероприятий.

При уточнении данных сплошного наблюдения на основе контрольных выборочных мероприятий определяется так называемая **поправка на недоучет**. Метод ее расчета наиболее широко применяется в обследованиях относительно небольших совокупностей, когда можно рассчитать коэффициент недоучета по каждой категории работников и, уточнив данные, распространить результаты на всю совокупность.

Пример 7.10. При проведении учета коммерческих палаток в городе было зарегистрировано следующее их количество в районах: А — 1000; Б — 750; В — 400. С целью проверки данных сплошного учета проведены контрольные обходы части обследованных районов. Их результаты содержатся в табл. 7.13.

Таблица 7.13

**Количество коммерческих палаток в районах города
до и после контрольных обходов**

Районы	Зарегистрировано при сплошном учете	Установлено при контрольном обходе	Коэффициент недоучета
А	200	210	1,05
Б	150	160	1,066
В	100	110	1,1

Рассчитанный по каждой категории работников коэффициент недоучета является основой уточнения имеющихся данных.

В нашем примере количество коммерческих палаток (по данным сплошного учета) следует умножить на рассчитанный для каждого района коэффициент недоучета. Уточненное число коммерческих палаток в районах:

$$А: 1000 \frac{210}{200} = 1050; \quad Б: 750 \frac{160}{150} = 800; \quad В: 400 \frac{110}{100} = 440.$$

Проверка результатов сплошного наблюдения на основе способа коэффициентов широко применяется в социальной и экономической статистике, в частности в контроле за коммерческой деятельностью юридических и физических лиц со стороны финансовых организаций.

Контрольные вопросы и задания

1. В чем заключаются особенности и каково значение выборочного наблюдения?
2. Что такое генеральная и выборочная совокупности?
3. Дайте определение доверительного интервала.
4. Укажите различия между повторным и бесповторным отбором.
5. Укажите различия показателей средней и предельной ошибок выборки.
6. Как определяется необходимая численность выборки при заданной ее точности?

Глава 8 ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИКЕ

После изучения главы 8 студент должен:

знать

- значение индексного метода в статистических исследованиях;
- методы построения индексов;
- критерии правильности расчета средних индексов;
- экономический смысл и сферу применения индексов переменного, фиксированного состава и индексов структурных сдвигов;

уметь

- применять индексный метод при проведении факторного анализа;

владеть

- методикой исчисления сводных индексов в агрегатной форме и как средних из индивидуальных;
 - методикой расчета индексов переменного, фиксированного состава и индекса структурных сдвигов.
-

8.1. Общее понятие об индексах, их виды и значение в статистике

Важное значение в статистических исследованиях коммерческой деятельности занимает индексный метод. **Статистическим индексом** называются относительные величины, характеризующие соотношение явлений во времени, пространстве и по сравнению с планом. Они позволяют рассчитать и соизмерить сложные социально-экономические явления, особенно состоящие из непосредственно несопоставимых элементов.

В зависимости от базы сравнения индексы можно подразделить на *территориальные* (используемые для пространственных, межрегиональных сопоставлений различных показателей) и *динамические* (отражающие изменение явления во времени).

Основным предназначением индексного метода статистического исследования является выявление взаимосвязи между различными факторами, определяющими тенденцию развития исследуемого явления, и их роли в процессе этого развития. При анализе своей деятельности фирма проводит исследования и фиксирует заключение о факторах, воздействующих на ее работу. Использование индексов позволяет установить количественные взаимосвязи между значимыми для фирмы показателями, которые

приводятся к некоторому общему знаменателю, делающему их сравнимыми.

Отметим, что индексный метод является одним из методов детерминированного факторного анализа. Индексный метод предполагает, что связь между признаками является жестко детерминированной (функциональной).

Система индексов открывает большие возможности для решения широкого круга экономических задач. Например, если исследователь не располагает данными об абсолютном значении интересующих его явлениях, а имеет данные лишь об относительном росте, тенденции их изменения, он может решать задачи по исследованию процесса изменения отдельных факторов, используя взаимосвязь индексов в системе индексов. При решении задач подобного рода сначала устанавливают, как связаны между собой исходные признаки, а после этого осуществляют переход к системе индексов.

Пользуясь системами индексов, в ряде случаев можно исчислить расчетные показатели, которые не имеют конкретных аналогов, т.е. не встречаются в виде индивидуальных исходных данных, необходимых для индексных расчетов.

Индексы широко применяются в экономических разработках государственной и ведомственной статистики.

Индексный метод имеет широкое применение в статистике торговли. В зависимости от характера изучаемого явления здесь вычисляются индексы объемных и качественных показателей. Посредством индексов объемных показателей характеризуются изменения объема поступления и реализации товаров, уровня товарных запасов и т.д. Индексами качественных показателей характеризуются изменения цен, производительности труда, издержек обращения, прибыли и т.д.

В целом индексный метод направлен на решение следующих задач:

- 1) характеристика общего изменения уровня сложного социально-экономического явления;
- 2) анализ влияния каждого из факторов на изменение индексируемой величины путем элиминирования воздействия прочих факторов;
- 3) анализ влияния структурных сдвигов на изменение индексируемой величины.

Показатель, изменение которого характеризуется индексом, называется **индексируемой величиной**. Последняя содержится в названии самого индекса: индекс цен, индекс заработной платы и др.

По охвату единиц совокупности индексы делятся на индивидуальные и сводные.

В дальнейшем изложении будут использоваться следующие общепринятые обозначения:

- i – индивидуальный индекс;
- I – сводный индекс;
- p – цена;
- q – количество;
- z – себестоимость;
- r – урожайность;

s — посевная площадь;

1 — текущий период;

0 — базисный период.

Индивидуальные индексы характеризуют изменение во времени экономических величин, относящихся к одному объекту, например изменение цены на молоко или хлеб, изменение урожайности ячменя или пшеницы, изменение объема добычи нефти и т.д. Исходя из принятых обозначений запишем формулы для различных показателей:

$$i_p = \frac{P_1}{P_0} \text{ — индекс цены определенного продукта;}$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \text{ — индекс физического объема одного определенного продукта}$$

(товара) и т.д.

Например, если цена товара A в текущем периоде составляла 250 руб., а в базисном — 200 руб., то индивидуальный индекс цены будет равен

$$i_p = \frac{250}{200} = 1,25 \text{ (125\%),}$$

т.е. цена на товар A выросла в 1,25 раза, или составляет в текущем периоде 125% по отношению к цене базисного периода (выросла на 25%).

Однако в области экономических явлений наряду с индивидуальными индексами возникает необходимость расчета сводных относительных величин, обобщающих изменение определенного показателя в сложной совокупности, отдельные элементы которой несопоставимы (в физических единицах) и поэтому непосредственно не могут суммироваться. Например, нельзя суммировать в физических единицах тонны нефти с метрами ткани, тоннами картофеля. Также нельзя суммировать цены на разные товары (молоко, одежду, обувь, картофель, телевизоры и т.д.). Для обобщения относительного изменения определенного показателя в сложной совокупности рассчитываются общие (сводные) индексы.

Общие (сводные) индексы выражают сводные (обобщающие) результаты совместного изменения всех единиц, образующих статистическую совокупность, например изменение цен на продовольственные товары, объем продукции сельского хозяйства или промышленности и т.д.

Общие индексы могут различаться по ширине охвата совокупности. Из общих индексов выделяют иногда *групповые индексы (субиндексы)*, охватывающие только часть (группу) единиц в изучаемой статистической совокупности. Например, наряду с общим индексом объема продукции всей промышленности исчисляются индексы объема выпуска по отраслям. Последние, будучи по своей природе общими индексами, выступают в отношении индекса по всей промышленности в роли групповых индексов.

Важной особенностью общих индексов является то, что они обладают синтетическими и аналитическими свойствами.

Синтетические свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода производится соединение (агрегирование) в целое различных единиц статистической совокупности.

Аналитические свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода определяется влияние факторов на изменение изучаемого показателя. Использование индексов в аналитических целях — один из важных аспектов экономических разработок. На основе изучения состава и роли факторов, выявления силы их действия реализуются возможности квалифицированного управления развитием экономических процессов не только в нужном направлении, но и с заранее заданными параметрами. Построение общих индексов и составляет суть индексного метода.

8.2. Методы построения индексов. Агрегатные индексы и средние индексы из индивидуальных (групповых)

Сводные индексы могут быть представлены в агрегатной форме или как средние из индивидуальных (в среднеарифметической или среднегармонической формах). Основной формой индексов являются агрегатные индексы.

Способ построения общих индексов в виде агрегатных сводится к выражению с помощью определенных соизмерителей итогового (суммарного) значения несопоставимых в физических единицах показателей в сложной совокупности и последующему сопоставлению такой суммы в отчетном и базисном периодах.

В качестве соизмерителей индексируемых величин выступают тесно связанные с ними экономические показатели: цены, количества и др. Произведение каждой индексируемой величины на соизмеритель образует в индексном отношении определенные экономические категории.

Основным условием применения в статистике коммерческой деятельности агрегатных индексов является наличие исходной информации (например, информации о поступлении или реализации товаров в натуральных измерителях и ценах единицы товара, о себестоимости единицы продукции и количестве произведенной продукции и т.п.).

Агрегатный индекс — это отношение суммы отчетных значений индексируемого признака, взвешенного на соответствующих значениях признака-веса, к сумме базисных значений индексируемого признака, взвешенных по тем же значениям признака-веса.

Характерной важнейшей особенностью агрегатных индексов является то, что в них наиболее полно и наглядно раскрываются материальное содержание и смысл индексного показателя. Это выражается прежде всего в том, что числитель и знаменатель агрегатного индекса включают всю индексную систему признаков; в агрегатном индексе отчетливо видна роль отдельных признаков в индексной системе, экономически истолковываются суммы агрегатов числителя и знаменателя индекса.

Предположим, что известны данные о производстве различной несоизмеримой в физических единицах продукции за два периода и необходимо с помощью общего индекса охарактеризовать изменение объема всей продукции в отчетном периоде по сравнению с объемом в базисном периоде. Неоднородную продукцию, не допускающую непосредственного суммиро-

вания, можно с помощью определенных соизмерителей выразить в одинаковых единицах измерения и, определив в них общий объем изучаемой продукции в отчетном и базисном периодах, найти отношение этих общих объемов. Чаще всего в качестве такого соизмерителя выступает цена на единицу продукции. Умножая цены на количество произведенной продукции, получаем стоимостное выражение продукции каждого вида, которое допускает суммирование.

Кроме цен, соизмерителем в отдельных случаях может служить себестоимость единицы продукции или затраты времени на производство единицы продукции.

Таким образом, при расчете агрегатного индекса для разнородной совокупности находят такой общий показатель, в котором можно объединить все ее элементы. Как уже отмечалось, цены различных товаров складывать неправомерно, но суммировать товарооборот по этим товарам вполне допустимо. Если мы сравним товарооборот в текущем периоде с его величиной в базисном периоде, то получим **сводный индекс товарооборота**:

$$I_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i1}q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i0}q_{i0}},$$

где суммы берутся по видам товара.

Рассмотрим методику исчисления сводных индексов в агрегатной форме на примере.

Пример 8.1. Магазин продает два вида товаров: куртки и пальто. Реализация характеризуется показателями, представленными в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Реализация товаров

Наименование товара	Базисный период		Отчетный период	
	Количество	Цена за единицу, тыс. руб.	Количество	Цена за единицу, тыс. руб.
Куртки	500	10	650	15
Пальто	200	12	250	17

Рассчитаем индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{15 \cdot 650 + 17 \cdot 250}{10 \cdot 500 + 12 \cdot 200} = \frac{14\,000}{7\,400} = 1,89, \text{ или } 189\%.$$

Таким образом, товарооборот в целом по данной товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным увеличился в 1,89 раза, или составил в отчетном периоде 189% по отношению к базисному (вырос на 89%). Товарооборот за анализируемый период вырос на $14\,000 - 7\,400 = 6\,600$ тыс. руб.

На величину полученного индекса товарооборота оказывают влияние как изменение цен на товары, так и изменение объемов их реализации.

Если продукцию двух сравниваемых периодов оценить в одних и тех же неизменных ценах, то стоимость продукции будет отличаться лишь за счет изменения объема продукции. Индекс, исчисленный как отношение стоимости продукции двух периодов в одних и тех же ценах, — **сводный индекс физического объема реализации**. Он характеризует изменение количества проданных товаров не в денежных, а в физических единицах измерения. Весами в данном случае выступают цены, которые фиксируются на базисном уровне:

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}},$$

где $\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}$ — стоимость продукции базисного периода; $\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i1}$ — стоимость продукции отчетного периода в базисных ценах.

Разность между числителем и знаменателем агрегатного индекса характеризует изменение в абсолютном выражении сложного (результативного) показателя за счет изменения индексируемой величины.

Пример 8.2. Рассчитаем агрегатный индекс физического объема по данным табл. 8.1:

$$I_q = \frac{10 \cdot 650 + 12 \cdot 250}{10 \cdot 500 + 12 \cdot 200} = \frac{9500}{7400} = 1,284, \text{ или } 128,4\%.$$

Это означает, что общий объем реализации товаров вырос в 1,284 раза, или в отчетном периоде составил 128,4% по сравнению с базисным (вырос на 28,4%).

В абсолютном выражении за счет увеличения количества проданных товаров товарооборот в отчетном периоде вырос на $9500 - 7400 = 2100$ тыс. руб.

Таким образом, если бы не произошло изменения цен на продаваемые магазинными товарами, то товарооборот вырос бы на 2100 тыс. руб. То, что фактический рост товарооборота оказался значительно выше (6600 тыс. руб.), связано с изменением цен на продаваемые товары.

По аналогии с индексом физического объема для определенного набора товаров может быть построен **сводный индекс цен**. Нельзя суммировать цены на различные товары, но можно суммировать стоимости этих товаров. Для того чтобы оценить изменение только цен (индексируемой величины), необходимо количество проданных товаров (веса индекса) зафиксировать на каком-либо постоянном уровне. Если при построении агрегатного индекса цен в качестве весов принять продукцию базисного периода, то получим **индекс цен Ласпейреса**:

$$I_p^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}}.$$

Если при построении агрегатного индекса цен в качестве весов принять продукцию отчетного периода, то получим **индекс цен Пааше**:

$$I_{\text{П}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i1}}$$

На практике используют формулы индексов цен и Ласпейреса, и Пааше, хотя они дают разные результаты. Как правило, по значению индекс Ласпейреса больше индекса Пааше.

Каждый из этих индексов имеет свои особенности, которым отдается предпочтение в конкретных условиях использования.

По формуле Ласпейреса рассчитывают индекс потребительских цен, который показывает, во сколько раз изменились бы потребительские расходы в текущем периоде по сравнению с базисным, если бы при изменении цен уровень потребления оставался прежним. Такой расчет корректен при отсутствии значительных количественных и качественных изменений в структуре потребления (во времени и по территории, если индекс рассчитывается для нескольких регионов). Индекс Ласпейреса удобен также для оперативной информации об изменении цен на определенный фиксированный набор товаров, когда пересчет каждый раз на текущий набор (количество) товаров сопряжен с большими затратами труда и времени.

Изучение динамики розничных цен (например, для получения индекса-дефлятора, позволяющего рассчитать стоимостные показатели отчетного периода в сопоставимых ценах) должно быть максимально приближено к совокупности товаров, произведенных в отчетном периоде. Результат расчета по формуле Пааше показывает, во сколько раз сумма фактических затрат населения на покупку товаров больше (меньше) суммы денег, которую население должно было бы заплатить за эти же товары, если бы цены оставались на уровне базисного периода.

Статистическим анализом доказано, что в долговременном аспекте формула Пааше занижает реальное изменение цен вследствие общественной отрицательной корреляции (относительный вес товара падает, если цена его возрастает), а в случае долгосрочных и международных сопоставлений разница между индексами, выбор весов в которых осуществляется разными способами, составляет несколько процентов (до 30–50%).

Когда индекс цен рассматривается в системе с индексом стоимости и индексом физического объема (при проведении факторного анализа), отдается предпочтение индексу Пааше. Между данными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}$$

Данное равенство достигается, если индекс цен строится по продукции отчетного периода.

Доказано, что наилучший линейный индекс лежит между индексами, вычисленными по формулам Ласпейреса и Пааше. Зарубежные статистики

пытались найти компромиссную формулу, которая получила название **формулы Эджворта – Маршалла**:

$$I_p^{\text{Э-М}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i1} \frac{q_{i1} + q_{i0}}{2}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \frac{q_{i1} + q_{i0}}{2}}$$

Данная формула улавливает сдвиги в структуре покупок, но привязана к условной структуре товарооборота, не характерной ни для одного реального периода, поэтому не имеет прямого экономического смысла. В данной формуле в качестве весов используется среднее количество продукции $\frac{q_1 + q_0}{2}$, где q_0 и q_1 – количество продукции в базисном и отчетном периодах соответственно.

Расчет по формуле Эджворта – Маршалла встречает препятствия в сборе материалов, как и расчет по формуле Пааше.

Наиболее удачным компромиссом многие экономисты считают «идеальный» **индекс Фишера**:

$$I_p^{\Phi} = \sqrt{I_p^{\text{Л}} \cdot I_p^{\text{П}}},$$

который оценивает не только набор товаров базисного периода по ценам текущего, но и набор товаров текущего периода по ценам базисного. Он применяется в случае трудностей с выбором весов или значительного изменения структуры весов.

Значения индексов, вычисленных по формулам Ласпейреса и Пааше, совпадают лишь в случае совпадения структуры товарной массы базисного и отчетного периодов, что на практике почти невозможно. Численные значения индексов, рассчитанных по различным формулам на основе одних и тех же данных, отличаются порой значительно, особенно в годы резких изменений уровня цен и связанного с этим изменения структуры спроса. Отдать предпочтение одной формуле трудно: разные цели диктуют применение индексных форм, имеющих разный экономический смысл. Отказ от концепции единственного индекса цен в пользу концепции системы индексов позволит дать обобщающую характеристику и оценку основных причин изменения розничных цен. Но поскольку все же индексный метод не универсален, а отражает лишь тенденцию движения цен, то нельзя требовать большей определенности от рассчитанных индексов. Кроме того, на чистоту результатов огромное влияние оказывает достоверность исходных материалов, особенно ошибка выборки, степень представительности товаров, включенных в расчет.

Рассчитаем индекс цен (Пааше) для рассматриваемого нами примера (табл. 8.1):

$$I_p^{\text{П}} = \frac{15 \cdot 650 + 17 \cdot 250}{10 \cdot 650 + 12 \cdot 250} = \frac{14\,000}{9\,500} = 1,47, \text{ или } 147\%.$$

Это означает, что цены выросли в 1,47 раза, или в отчетном периоде составили 147% по сравнению с базисными (выросли на 47%).

В абсолютном выражении за счет роста цен товарооборот в отчетном периоде вырос на $14\ 000 - 9500 = 4500$ тыс. руб.

Таким образом, имеет место увязка индексов (относительного изменения показателей):

$$I_p \cdot I_q = I_{pq} \text{ (в нашем примере } 1,89 = 1,284 \cdot 1,47),$$

а также абсолютных изменений (товарооборот вырос на 6600 тыс. руб., в том числе за счет увеличения количества проданных товаров товарооборот в отчетном периоде вырос на 2100 тыс. руб.; за счет роста цен — на 4500 тыс. руб.):

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = (\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0) + (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0)$$

(в нашем примере $6600 = 4500 + 2100$).

На данном примере мы показали использование индексного метода в факторном анализе. В случае когда связь между результативным показателем и влияющими на него факторами является функциональной (детерминированная связь), определить влияние факторов на изменение результативного показателя можно, применив индексный метод.

Мы рассмотрели расчет агрегатных индексов физического объема и цен как наиболее типичных представителей агрегатных индексов соответственно для количественных и качественных индексируемых показателей. По аналогии можно записать агрегатные индексы для многих других показателей.

Приведем формулы для расчета некоторых наиболее употребительных агрегатных индексов (суммирование по прежнему ведется по видам товаров, но для удобства записи границы суммирования опускаем).

Индекс изменения общей суммы затрат на производство продукции в зависимости от объема производства (q) и затрат на единицу продукции (z):

$$I_c = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} \cdot \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = I_q I_z.$$

Индекс изменения общего фонда оплаты труда в связи с изменением общей численности работающих (T) и заработной платы (f):

$$I_{fT} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum f_0 T_0} \cdot \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1} = I_T I_f.$$

Индекс изменения объема продукции I_Q рассматривается в двух вариантах — в связи с изменением численности работающих (T) и уровня их выработки (W):

$$I_Q = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum W_0 T_0} = \frac{\sum W_0 T_1}{\sum W_0 T_0} \cdot \frac{\sum W_1 T_1}{\sum W_0 T_1} = I_T I_W$$

и в связи с изменением объема основных производственных фондов (Φ) и показателя эффективности их использования — фондоотдачи (H):

$$I_Q = \frac{\sum H_1 \Phi_1}{\sum H_0 \Phi_0} = \frac{\sum H_0 \Phi_1}{\sum H_0 \Phi_0} \cdot \frac{\sum H_1 \Phi_1}{\sum H_0 \Phi_1} = I_\Phi I_H.$$

Нетрудно заметить, что используемые в приведенных формулах индексы I_q , I_T , I_Φ получаются по методу индекса физического объема, а индексы I_z , I_f , I_W , I_H — по методу индекса цен. Таким образом, рассмотренная выше методика распределения общего прироста товарооборота полностью приложима к анализу прироста продукции, изменения общих затрат на производство, изменения общего фонда оплаты труда и т.д.

Агрегатные индексы цен, физического объема товарооборота и др. могут быть вычислены, если известны индексируемые величины и веса, т.е. p и q . Но количественный учет продажи в современных условиях развития торговли осуществляется не везде. В розничной сети государственной и кооперативной торговли реализация товаров, как правило, учитывается в стоимостном выражении. Поэтому агрегатная форма общих индексов здесь не применяется.

Общие индексы могут быть исчислены не только как агрегатные, но и как средние из индивидуальных или групповых. **Средний индекс** — это индекс, вычисленный как средняя величина из индивидуальных индексов.

Например, если имеются данные об изменении цен на конкретные товары, то, естественно, из таких индивидуальных индексов могут быть рассчитаны сводные индексы как средние величины, причем взвешенные. Приступая к использованию средних индексов, приходится решать два вопроса.

1. Какую форму средних нужно применить при индексировании признаков?
2. Какие и за какой период нужно взять веса (невзвешенные средние индексы, за редчайшими исключениями, применять нельзя)?

В статистической практике средние индексы рассчитываются преимущественно в форме среднего арифметического и среднего гармонического индексов.

Вопрос о выборе формы средней и системы весов решается на основе общего правила, что агрегатный индекс — основная форма всякого экономического индекса. Следствием этого правила является то, что средний из индивидуальных индексов должен быть тождествен исходному агрегатному. Это значит, что средние из индивидуальных индексов выступают как преобразованная форма агрегатного индекса.

Предположим, что мы располагаем данными о стоимости проданной продукции в текущем периоде и индивидуальными индексами цен, полученными, например, в результате выборочного наблюдения. Тогда при расчете сводного индекса цен можно использовать следующую замену:

$$p_0 = \frac{P_1}{i_p}.$$

В целом же сводный индекс цен в данном случае будет выражен в форме средней гармонической:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

В таком виде индекс цен выступает как средняя гармоническая величина из индивидуальных индексов цен, взвешенных по сумме фактического товарооборота отчетного периода. Следует обратить внимание на то, что только при такой системе весов средний гармонический индекс цен будет тождественен исходному агрегатному индексу и даст количественно тот же результат. Всякая иная система весов неприемлема.

Итак, чтобы средний гармонический индекс был тождествен агрегатному, весами индивидуальных индексов в нем должны быть взяты слагаемые из числителя исходного агрегатного индекса. Это правило определяет и сферу применения средних гармонических индексов: их целесообразно применять тогда, когда в агрегатном индексе числитель является реальной величиной.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 8.3. В отчетный период по сравнению с базисным цены на товар А возросли в 5 раз, а на товар Б — снизились на 5%. Как изменились средние цены на товары А и Б вместе, если известно, что товарооборот в отчетный период по товару А составил 120 тыс. руб., а по товару Б — 200 тыс. руб.?

Решение

Индивидуальные индексы цен на товары А и Б равны $i_p^A = 5$, $i_p^B = 0,95$. Товарооборот отчетного периода равен $\sum p_1 q_1 = 120 + 200 = 320$ тыс. руб. В этом случае общий индекс цен можно рассчитать как среднюю гармоническую:

$$I_p = \frac{320}{\frac{120}{5} + \frac{200}{0,95}} = 1,364.$$

Таким образом, цены по данной товарной группе в среднем выросли на 36,4%.

При расчете сводного индекса физического объема товарооборота можно использовать среднеарифметическую формулу. При этом производится замена

$$q_1 = i_q q_0.$$

В целом же сводный индекс физического объема в данном случае будет определяться по формуле

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

В качестве основной исходной формы общего индекса при расчете индекса физического объема продукции мы брали агрегатный индекс, взвешенный по неизменным ценам базисного периода:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Общий индекс объема продукции получается как средняя арифметическая из индивидуальных индексов, взвешенных по стоимости продукции базисного периода.

Итак, чтобы получить средний арифметический индекс, тождественный агрегатному, весами индивидуальных индексов в нем должны быть взяты слагаемые знаменателя исходного агрегатного индекса. Это общее правило определяет сферу применения средних арифметических индексов: их целесообразно применять тогда, когда в агрегатном индексе знаменатель является реальной величиной.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 8.4. В отчетный период по сравнению с базисным продано товара А на 20% больше, а товара Б — на 30% меньше. Как изменился общий объем продаж, если известно, что товарооборот в базисный период по товару А составил 200 тыс. руб., а по товару Б — 120 тыс. руб.?

Решение

Индивидуальные индексы физического объема на товары А и Б равны $i_q^A = 1,2$, $i_q^B = 0,7$. Товарооборот базисного периода равен $\sum q_0 p_0 = 200 + 120 = 320$ (тыс. руб.).

В этом случае общий индекс физического объема можно рассчитать как среднюю арифметическую:

$$I_q = \frac{1,2 \cdot 200 + 0,7 \cdot 120}{320} = 1,0125.$$

Таким образом, физический объем реализации данных товаров в среднем вырос на 1,25%.

8.3. Индексы переменного и фиксированного состава. Индекс структурных сдвигов

Изучаемые в статистике коммерческой деятельности показатели находятся между собой в определенной связи. При изучении качественных показателей часто приходится рассматривать изменение во времени или в пространстве средней величины индексируемого показателя, которое обусловлено взаимодействием двух факторов — изменением значения индексируемого показателя у индивидуальных элементов (единиц), из которых состоит объект, и изменением соотношения их весов (структуры явления). Под изменением структуры явления понимается изменение доли отдельных групп единиц совокупности в общей из численности.

Так, для каждого периода объем розничного товарооборота зависит от количества реализованных товаров и от уровня цен на эти товары. Объем розничного товарооборота может вырасти в результате роста цен или увеличения доли дорогостоящих товаров. Средняя заработная плата на предприятии может вырасти в результате роста оплаты труда работников или увеличения доли высокооплачиваемых сотрудников. Снижение трудоемкости производства единицы продукции по совокупности предприятий отрасли может быть обусловлено повышением производительности труда на предприятиях или концентрацией производства продукции на за-

водах с низкой трудоемкостью. Поэтому при анализе изменения средней величины индексируемого показателя важно определить, в какой мере это вызвано изменениями индексируемых величин у индивидуальных элементов и в какой — структурными сдвигами.

Если любой качественный показатель обозначить через x , а его вес — через f , то динамику среднего показателя можно отразить как за счет изменения обоих факторов (x и f), так и за счет каждого фактора отдельно. В результате получим три различных индекса: индекс переменного состава, индекс фиксированного состава и индекс структурных сдвигов.

Индекс переменного состава характеризует динамику средних величин как за счет изменения индексируемой величины у индивидуальных элементов, так и за счет изменения состава совокупности:

$$I_{\text{пс}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

Индекс фиксированного состава характеризует динамику средних величин лишь за счет изменения индексируемой величины у индивидуальных элементов, при фиксированном составе совокупности (веса, как правило, фиксируются на уровне отчетного периода):

$$I_{\text{фс}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}.$$

Таким образом, индекс фиксированного состава исключает влияние изменения структуры совокупности на динамику средних величин, рассчитанных для двух периодов при одной и той же фиксированной структуре.

Индекс структурных сдвигов характеризует динамику средних величин лишь за счет изменения структуры совокупности при фиксировании индексируемой величины у индивидуальных элементов на уровне базисного периода:

$$I_{\text{сс}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

Таким образом, индекс структурных сдвигов исключает влияние изменения индексируемой величины у индивидуальных элементов на динамику средних величин, рассчитанных для двух периодов при одном и том же значении индексируемой величины у отдельных элементов (частей целого).

Между этими индексами существует связь, которая выражается формулой

$$I_{\text{пс}} = I_{\text{фс}} \cdot I_{\text{сс}}.$$

Для обозначения различных показателей в индексном методе используется определенная символика, которая приведена в параграфе 8.1. Пользуясь ею (вместо x и f), можно записать формулы для конкретных индексируемых показателей (индексы себестоимости, цены, урожайности и т.д. переменного, фиксированного состава и структурных сдвигов).

Рассмотрим методику расчета индексов переменного, фиксированного состава и индекса структурных сдвигов на примере индекса цен.

Пример 8.5. Имеются данные о продаже одноименной продукции А и ее цены по двум магазинам. Данные приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Данные о продаже одноименной продукции А

Номер магазина	Продано, шт.		Цена за 1 шт., руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	800	900	200	180
2	700	1000	180	150

Проанализируем изменение цен в магазинах.

Решение

Расчет индивидуальных индексов цен дает следующие результаты:

- по первому магазину $i_p^1 = \frac{180}{200} = 0,9$;
- по второму магазину $i_p^2 = \frac{150}{180} = 0,83$.

Таким образом, в первом магазине цены были снижены на 10%, во втором – на 17%.

Для определения изменения цен с учетом количества реализованной продукции вычислим индекс цен переменного состава.

Средняя цена в базисном периоде

$$\bar{p}_0 = \frac{800 \cdot 200 + 700 \cdot 180}{800 + 700} = \frac{286\,000}{1500} = 190,67 \text{ руб.},$$

а средняя цена в отчетном периоде

$$\bar{p}_1 = \frac{900 \cdot 180 + 1000 \cdot 150}{900 + 1000} = \frac{312\,000}{1900} = 164,21 \text{ руб.}$$

Индекс цен переменного состава

$$I_{\text{ис}}^p = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{164,21}{190,67} = 0,86.$$

Индекс показывает, что средняя цена единицы продукции снизилась на 14%.

Данное снижение было обусловлено двумя факторами: снижением цен в каждом магазине и изменением удельного веса каждого магазина в общем объеме продаж.

Чтобы исключить влияние изменения структурного фактора на динамику средних цен, рассчитаем индекс цен фиксированного состава (приняв в качестве фиксированной структуру продаж отчетного периода):

$$I_{\text{фс}}^p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{180 \cdot 900 + 150 \cdot 1000}{200 \cdot 900 + 180 \cdot 1000} = \frac{312\,000}{360\,000} = 0,867.$$

Таким образом, за счет изменения цен в магазинах средняя цена единицы продукции снизилась на 13,3%.

Оценим влияние структурного фактора на динамику средней цены с помощью индекса структурных сдвигов.

Определим, какая бы была средняя цена в текущем периоде, если бы цены на продукцию не изменились и остались на уровне базисного периода:

$$\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{200 \cdot 900 + 1000 \cdot 180}{900 + 1000} = 189,47 \text{ руб.}$$

Индекс структурных сдвигов

$$I_{cc}^p = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{189,47}{190,67} = 0,994.$$

Таким образом, средняя цена снизилась на 0,6% за счет структурного фактора (за счет уменьшения доли продаж первого магазина с более высокой ценой).

8.4. Цепные и базисные индексы

При изучении динамики социально-экономических явлений приходится производить индексные сопоставления более чем за два периода. Поэтому индексные величины могут определяться как на постоянной, так и на переменной базах сравнения. При этом если задача анализа состоит в получении характеристик изменения изучаемого явления во всех последующих периодах по сравнению с начальным, то вычисляются базисные индексы (например, сопоставление объема розничного товарооборота второго, третьего и четвертого кварталов с первым кварталом).

Но если требуется охарактеризовать последовательное изменение изучаемого явления из периода в период, то вычисляются цепные индексы. Например, при изучении объема розничного товарооборота по кварталам года сопоставляют товарооборот второго квартала с первым кварталом, третьего квартала — со вторым кварталом и четвертого квартала — с третьим кварталом.

В базисных агрегатных индексах все отчетные данные сопоставляются только с базисными (закрепленными) данными, а в цепных агрегатных индексах — с предыдущими (в данном случае — смежными) показателями.

В зависимости от задачи исследования и характера исходной информации базисные и цепные индексы исчисляются как индивидуальные (однотоварные), так и общие.

Например, индивидуальные индексы цен цепные: $i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0}$; $i_{p2/1} = \frac{p_2}{p_1}$; $i_{p3/2} = \frac{p_3}{p_2}$ и т.д., индивидуальные индексы цен базисные: $\frac{p_1}{p_0}$; $\frac{p_2}{p_0}$; $\frac{p_3}{p_0}$ и т.д.

Общие индексы могут иметь постоянные и переменные веса.

Например, при расчете цепных индексов цен по агрегатной формуле объем продукции можно зафиксировать на уровне одного и того же периода (предположим, q_1). Тогда такие цепные индексы будут выглядеть следующим образом:

$$I_{p2/1} = \frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}; I_{p3/2} = \frac{\sum p_3 q_1}{\sum p_2 q_1}; I_{p4/3} = \frac{\sum p_4 q_1}{\sum p_3 q_1} \text{ и т.д.}$$

Так как все эти индексы имеют одни и те же соизмерители q_1 , они являются **индексами с постоянными весами**.

Если бы, вычисляя цепные индексы цен, мы для каждого периода принимали в качестве весов объемы продукции текущего периода, то получили бы цепные **индексы цен с переменными весами**:

$$I_{p2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}; I_{p3/2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}; I_{p4/3} = \frac{\sum p_4 q_4}{\sum p_3 q_4} \text{ и т.д.}$$

Между базисными и цепными индексами существует определенная взаимосвязь: произведение ряда цепных индексов дает базисный показатель последнего периода, а при делении последующего базисного индекса на предыдущий получаем цепной индекс последующего периода.

Для индивидуальных индексов это правило выполняется всегда. Для общих (агрегатных) индексов переход от цепных индексов к базисным строго математически возможен лишь для индексов с постоянными весами. Если же это применяется к индексам с переменными весами, то при этом оговаривается условность такого перехода и предполагается, что структура совокупности, для которой исчисляется индекс, мало подвержена изменениям.

Контрольные вопросы и задания

1. Каковы роль и задача индексного метода в изучении социально-экономических явлений?
2. Какие существуют формы статистических индексов?
3. В чем отличие индивидуальных и сводных индексов? Каковы сферы их применения?
4. Укажите, какие методологические принципы положены в основу определения весов сводных индексов.
5. Какая существует взаимосвязь между индексами себестоимости, физического объема и затрат на производство?
6. Что представляют собой индексы переменного состава, фиксированного состава и индекс структурных сдвигов? Приведите формулы их расчета. Как они связаны между собой?
7. Перечислите факторы, изменение которых показывают индексы переменного состава, фиксированного состава и индекс структурных сдвигов.
8. В каком случае возможен пересчет цепных индексов в базисные?
9. В каких случаях используют агрегатные индексы, а в каких случаях — средние из индивидуальных? Приведите формулы их расчета.
10. Как используются индексы в факторном анализе?

Глава 9

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

После изучения главы 9 студент должен:

знать

- классификацию видов и форм взаимосвязи, различаемых в статистике;
- этапы корреляционно-регрессионного анализа;

уметь

- строить регрессионные модели;
- определять степень тесноты связи между признаками;
- определять степень влияния факторов на исследуемый показатель;

владеть

- навыками статистического моделирования связи.
-

9.1. Причинность, регрессия, корреляция. Функциональная и корреляционная связь

Важнейшей задачей теории статистики является исследование объективно существующих связей между явлениями.

Причинно-следственные отношения — это такая связь явлений и процессов, когда изменение одного из них — причины — ведет к изменению другого — следствия. Выявление связи между переменными помогает при анализе их поведения.

Изучаемую переменную называют **результативным показателем**, переменные, оказывающие влияние на вариацию изучаемой переменной, — **факторными показателями**.

Социально-экономические явления представляют собой результат одновременного воздействия большого числа причин. При изучении этих явлений необходимо выявлять главные, основные причины, абстрагируясь от второстепенных.

На первом этапе статистического изучения взаимосвязи социально-экономических явлений проводится качественный анализ. Он связан с изучением природы социального или экономического явления методами экономической теории, социологии, конкретной экономики. *На втором этапе*

проводится построение модели связи, которое базируется на методах статистики. *На третьем этапе* статистического изучения взаимосвязи проводится интерпретация полученных результатов.

Статистика разработала много методов изучения связей. Выбор метода изучения связи зависит от цели исследования, от поставленной задачи.

В статистике различают функциональную и стохастическую зависимости.

Функциональной называют такую связь, при которой определенному значению факторного показателя строго соответствует одно или несколько значений результативного. В случае наличия функциональной связи между результативным и факторным показателями мы точно можем сказать, как изменится результативный показатель при изменении факторного показателя.

Такие связи обычно встречаются в точных науках (математике, физике и др.). Можно встретить их и в области экономических явлений.

Например, рентабельность продукции есть отношение прибыли к затратам на ее производство. Если прибыль увеличится в два раза, то это повлечет за собой повышение рентабельности продукции в два раза. Если в два раза вырастут затраты, то это повлечет за собой падение рентабельности продукции на 50%.

Функциональные связи изучаются методами детерминированного факторного анализа.

Далеко не всегда между изучаемыми показателями наличествует функциональная связь. В большинстве случаев связь между ними является вероятностной, и мы не можем точно определить, как изменится результативный показатель при изменении факторного показателя.

Например, производительность труда зависит от фондовооруженности. Но мы не можем точно сказать, как изменится производительность труда на предприятии, если фондовооруженность увеличится в два раза. Одинаковое изменение фондовооруженности на нескольких предприятиях приведет к различному изменению производительности. Лишь проведя статистическое исследование, обобщив данные по ряду предприятий, мы можем сказать, как в среднем изменится производительность труда при определенном изменении фондовооруженности.

Там, где взаимодействует множество связей, в том числе и случайных, выявить зависимость, рассматривая единичный случай, невозможно. Такие связи можно обнаружить только при массовом наблюдении как статистические закономерности. Если причинная зависимость проявляется не в каждом отдельном случае, а в общем, среднем при большом числе наблюдений, то такая зависимость называется *стохастической*.

Частным случаем стохастической связи является *корреляционная* связь, при которой изменение среднего значения результативного признака обусловлено изменением факторных признаков. Корреляционную связь можно условно рассматривать как своего рода функциональную связь средней величины одного (результативного) признака со значением другого или других (факторных) признаков.

Связи между явлениями и их признаками классифицируются также по направлению, аналитическому выражению и степени тесноты.

По направлению выделяют связь прямую и обратную. Связь, при которой увеличение (уменьшение) значения факторного признака влечет за собой увеличение (уменьшение) значения результативного признака, называется *прямой*. Например, рост фондовооруженности влечет за собой рост производительности труда.

В случае *обратной* связи значения результативного признака изменяются под воздействием факторного, но в противоположном направлении по сравнению с его изменением. Например, с увеличением себестоимости снижается рентабельность продукции.

По аналитическому выражению выделяют связи линейные и нелинейные. Если статистическая связь между явлениями может быть приблизительно выражена уравнением прямой линии, то ее называют *линейной* связью. Если же связь может быть выражена уравнением какой-либо кривой линии, например параболы, гиперболы и т.д., то такую связь называют *нелинейной*. Для выявления наличия связи, ее характера и направления в статистике используются следующие методы: приведения параллельных данных; аналитических группировок; графический; корреляции.

Метод приведения параллельных данных основан на сопоставлении двух или нескольких рядов статистических величин. Такое сопоставление позволяет установить наличие связи и получить представление о ее характере. При этом методе значения факторного признака располагаются в порядке возрастания или убывания, и параллельно с ними отражаются соответствующие значения результативного признака. При сопоставлении рядов значений устанавливается зависимость. Например, у нас есть данные о зависимости объема продаж продукции (y) от расходов на рекламу (x) (табл. 9.1).

Таблица 9.1

Зависимость объема продаж продукции (y) от расходов на рекламу (x)

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	62	65	70	78	79	76	80	90	86

Мы видим, что с увеличением величины x величина y также увеличивается. Можно сделать предположение, что связь между ними прямая и что ее можно описать или уравнением прямой, или уравнением параболы.

Метод приведения параллельных данных применяется для определения наличия и направления взаимосвязи при немногочисленных совокупностях (15–20 ед.).

Метод аналитической группировки применяется в случаях, когда совокупность достаточно велика и параллельные ряды не позволяют обнаружить зависимость. Сущность метода состоит в том, что единицы статистической совокупности группируются, как правило, по факторному признаку и для каждой группы рассчитывается средняя или относительная величина по результативному признаку. Затем изменения средних или относительных значений результативного признака сопоставляются с изменениями факторного признака для выявления характера связи между ними. Резуль-

таты аналитической группировки представляют в виде итоговой статистической таблицы.

Графически взаимосвязь двух признаков изображается с помощью поля корреляции. В системе координат на оси абсцисс откладываются значения факторного признака ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), а на оси ординат — результативного ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$). На плоскости Oxy отмечают точки с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$. Таким образом получают графическое изображение корреляционного поля (рис. 9.1). При отсутствии тесных связей имеет место беспорядочное расположение точек на графике. Чем сильнее связь между признаками, тем теснее будут группироваться точки вокруг определенной линии, выражающей форму связи.

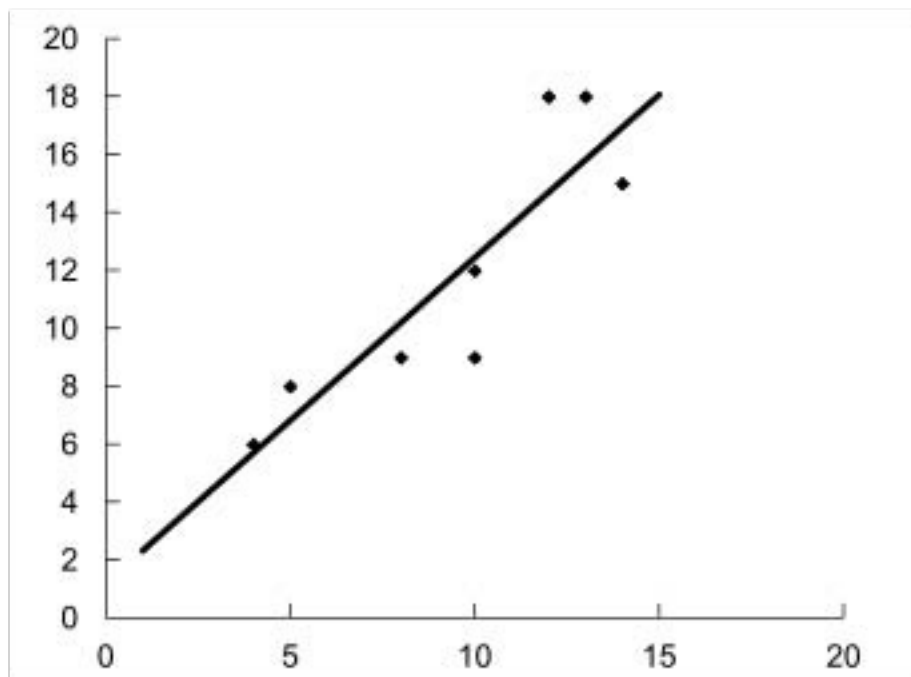


Рис. 9.1. Поле корреляции

Корреляция — это статистическая зависимость между случайными величинами, не имеющая строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой.

В статистике различают следующие варианты зависимостей:

- *парная корреляция* — связь между двумя признаками (результативным и факторным или двумя факторными);
- *частная корреляция* — зависимость между результативным и одним факторным признаками при фиксированном значении других факторных признаков;
- *множественная корреляция* — зависимость между результативным и двумя или более факторными признаками, включенными в исследование.

Задачей корреляционного анализа является количественное определение тесноты связи между двумя признаками (при парной связи) и между результативным и множеством факторных признаков (при многофакторной связи).

Классификация связи по степени тесноты представлена в табл. 9.2. Количественно теснота связи выражается величиной коэффициентов корреляции.

Таблица 9.2

Количественные критерии оценки тесноты связи¹

Величина коэффициента корреляции	Характер связи
До $\pm 0,3$	Практически отсутствует
$\pm 0,3 - \pm 0,5$	Слабая
$\pm 0,5 - \pm 0,7$	Умеренная
$\pm 0,7 - \pm 1,0$	Сильная

Методика расчета коэффициентов корреляции будет рассмотрена в параграфе 9.3.

Корреляционный анализ позволяет оценить тесноту статистической связи, а форму связи исследуют путем проведения регрессионного анализа.

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение резульативного показателя обусловлено влиянием одного или нескольких факторных показателей.

Одной из проблем построения уравнений регрессии является определение числа факторных признаков, включаемых в модель. Их число должно быть оптимальным. Построение модели малой размерности может привести к тому, что она будет недостаточно полно описывать исследуемое явление или процесс. Включение в модель большого количества факторов, в частности факторов, не оказывающих существенного влияния на изменение резульативного показателя, может привести к тому, что модель окажется сложно реализуемой. Поэтому необходимо сокращать размерность модели за счет исключения второстепенных, несущественных факторов, и это позволит получить модель, быстрее и качественнее реализуемую.

Существуют определенные требования, которые должны соблюдаться при построении моделей регрессии².

1. Совокупность исследуемых исходных данных должна быть однородной и математически описываться непрерывными функциями.

2. Должна иметься возможность описания моделируемого явления одним или несколькими уравнениями причинно-следственных связей.

3. Все факторные признаки должны иметь количественное (цифровое) выражение.

4. Исследуемая выборочная совокупность должна быть достаточно большого объема.

5. Причинно-следственные связи между явлениями и процессами должны описываться линейной или приводимой к линейной форме зависимостью.

¹ Минашкин В. Г., Гусьнин А. Б., Садовникова Н. А., Шмойлова Р. А. Курс лекций по теории статистики / Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права. М., 2003.

² Там же.

6. Должны отсутствовать количественные ограничения на параметры модели связи.

7. Должно соблюдаться постоянство территориальной и временной структуры изучаемой совокупности.

Соблюдение данных требований позволяет построить модель, наилучшим образом описывающую реальные явления и процессы.

9.2. Регрессионный анализ

Во многих случаях связь между результативным и факторными показателями может моделироваться уравнением прямой линии (линейная связь).

Поведение результативного показателя может быть обусловлено влиянием одного (парная регрессия) или многих факторов (множественная регрессия).

Начнем рассмотрение с наиболее простых для анализа линейных связей, последовательно рассмотрев случаи парной и множественной регрессии.

Парная линейная регрессия характеризует связь между двумя признаками: результативным и факторным, и предполагается, что аналитически связь между ними описывается уравнением прямой линии: $\hat{y} = a + bx$.

Статистическое исследование начинается с проведения статистического наблюдения. Проводят случайную выборку. При значениях факторного показателя $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ мы наблюдаем значения результативного показателя $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ соответственно (n — объем исследуемой совокупности, т.е. число единиц наблюдения). На плоскости отмечаем точки с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$.

Так как мы рассматриваем случай парной линейной регрессии, то предполагаем, что точки группируются вокруг некоторой прямой линии $\hat{y} = a + bx$.

Точки не находятся точно на линии $\hat{y} = a + bx$, так как на поведение y помимо фактора x оказывают влияние и другие факторы. Отклонение фактических значений результативного показателя от теоретических значений, полученных по выбранному уравнению регрессии, называется *ошибкой* (остатком, отклонением): $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$.

Таким образом, фактическое значение результативного показателя

$$y_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i$$

Отметим, что ошибка является случайной величиной.

Основные предпосылки модели парной линейной регрессии следующие [19]:

- связь между переменными x и y является линейной;
- независимая переменная x может быть использована для прогноза y ;
- остатки (т.е. ошибки) нормально распределены;
- для всех данных x математическое ожидание ошибки равно нулю и дисперсия ошибки постоянна;
- ошибки независимы.

Оценка параметров уравнения регрессии a , b осуществляется методом наименьших квадратов. В основе **метода наименьших квадратов** лежит предположение о независимости наблюдений исследуемой совокупности и нахождении параметров модели, при которых минимизируется сумма квадратов отклонений эмпирических (фактических) значений результативного показателя от теоретических, полученных по выбранному уравнению регрессии:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min, \quad (9.1)$$

где y_i – фактическое значение результативного показателя; \hat{y}_i – теоретическое значение результативного показателя, полученное по выбранному уравнению регрессии.

В случае парной линейной регрессии уравнение (9.1) принимает вид

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min.$$

Для нахождения параметров уравнения регрессии a , b необходимо найти производную и приравнять ее к нулю (задача на экстремум функции). В результате получим систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases} \quad (9.2)$$

Разрешив систему уравнений (9.2) относительно параметров a , b , получим

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}; \quad a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

В уравнении регрессии параметр a показывает усредненное влияние на результативный показатель неучтенных в уравнении факторных признаков; коэффициент регрессии b показывает, на сколько единиц своего измерения изменяется в среднем значение результативного показателя при увеличении факторного на единицу собственного измерения. Знак коэффициента регрессии b позволяет сделать вывод о направлении связи. Положительное значение коэффициента регрессии b свидетельствует о том, что связь между результативным и факторным показателями прямая. Отрицательное значение коэффициента регрессии b свидетельствует о наличии между результативным и факторным показателями обратной связи.

Дальнейший анализ полученного уравнения регрессии $\hat{y} = a + bx$ позволяет ответить на вопрос, насколько сильно влияние неучтенных факторов, действительно ли модель линейна и т.д.

Пример 9.1. Имеются данные о динамике доходности акции конкретной корпорации (y) и динамике среднерыночной доходности (x) за восемь периодов:

Период	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	18	9	9	18	15	8	6
x	10	12	8	10	13	14	5	4

На основании статистической информации построим уравнение линейной регрессии.

Решение

Результаты промежуточных вычислений представлены в табл. 9.3.

Таблица 9.3

Результаты вычислений для примера 9.1

Номер периода	y	x	x^2	xy
1	12	10	100	120
2	18	12	144	216
3	9	8	64	72
4	9	10	100	90
5	18	13	169	234
6	15	14	196	210
7	8	5	25	40
8	6	4	16	24
Сумма	$\sum y = 95$	$\sum x = 76$	$\sum x^2 = 814$	$\sum xy = 1006$

Вычисляем:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{8 \cdot 1006 - 76 \cdot 95}{8 \cdot 814 - 76^2} = 1,125;$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{95 - 1,125 \cdot 76}{8} = 1,19.$$

Итак, уравнение регрессии $\hat{y} = a + bx = 1,19 + 1,125x$.

Связь между доходностью акции и среднерыночной доходностью прямая, о чем свидетельствует положительное значение коэффициента b , т.е. среднерыночная доходность и доходность акции изменяются однонаправленно. При увеличении среднерыночной доходности на 1% доходность акции в среднем увеличится на 1,125%.

Часто результативный показатель зависит не от одного, а от многих факторов. Тогда вместо парной регрессии используют *множественную регрессию*. Построение моделей множественной регрессии должно включать следующие этапы:

- выбор формы связи (уравнения регрессии);

- отбор факторных признаков;
- обеспечение достаточного объема совокупности.

Выбор типа уравнения затрудняется тем, что для любой формы зависимости можно выбрать целый ряд уравнений, которые в определенной степени будут описывать эти связи. Основное значение имеют линейные модели в силу простоты и логичности их экономической интерпретации.

Важным этапом построения уже выбранного уравнения множественной регрессии являются отбор и последующее включение факторных признаков. Как уже отмечалось выше, чем больше факторных признаков включено в уравнение, тем оно лучше описывает явление. Однако модель размерности 100 и более факторных признаков сложно реализуема. Сокращение размерности модели за счет исключения второстепенных, экономически и статистически несущественных факторов способствует простоте и качеству ее реализации. В то же время построение модели регрессии малой размерности может привести к тому, что такая модель будет недостаточно адекватна исследуемым явлениям и процессам.

Проблема отбора факторных признаков для построения моделей взаимосвязи может быть решена на основе интуитивно-логических или многомерных статистических методов анализа. Одним из способов отбора факторных признаков является шаговая регрессия (шаговый регрессионный анализ).

Метод шаговой регрессии предполагает последовательное включение факторов в уравнение регрессии и последующую проверку их значимости. Факторы поочередно вводятся в уравнение. При проверке значимости введенного фактора определяется, на сколько уменьшается сумма квадратов отклонений и увеличивается величина множественного коэффициента корреляции (методика расчета коэффициентов корреляции будет рассмотрена в параграфе 9.3). Одновременно используется и обратный метод, т.е. исключение факторов, ставших незначимыми.

Фактор является *незначимым*, если его включение в уравнение регрессии только изменяет значения коэффициентов регрессии, не уменьшая суммы квадратов остатков и не увеличивая их значения. Если при включении в модель соответствующего факторного признака величина множественного коэффициента корреляции увеличивается, а коэффициента регрессии — не изменяется (или меняется несущественно), то данный признак существенен и его включение в уравнение регрессии необходимо. В противном случае фактор нецелесообразно включать в модель регрессии¹.

При построении модели регрессии возможна проблема мультиколлинеарности.

Мультиколлинеарность — это линейная взаимосвязь двух или нескольких факторных признаков, включенных в модель.

Наличие мультиколлинеарности между признаками приводит к следующим последствиям:

¹ Минашкин В. Г., Гусьтин А. Б., Садовникова Н. А., Шмойлова Р. А. Указ. соч.

- искажению величины параметров модели, которые имеют тенденцию к завышению, чем осложняется процесс определения наиболее существенных факторных признаков;
- изменению смысла экономической интерпретации коэффициентов регрессии.

В качестве причин возникновения мультиколлинеарности между признаками можно выделить следующие:

- изучаемые факторные признаки являются характеристикой одной и той же стороны явления или процесса;
- факторные признаки являются составляющими элементами друг друга;
- факторные признаки по экономическому смыслу дублируют друг друга.

Отметим, что не всегда имеет смысл прилагать существенные усилия по выявлению и устранению мультиколлинеарности. Все зависит от цели исследования. Если основная цель модели — прогноз будущих значений результативного признака, то при значениях коэффициента детерминации (методика его определения будет рассмотрена в параграфе 9.3) $r^2 \geq 0,9$ наличие мультиколлинеарности обычно не сказывается на прогнозных качествах модели.

Существуют различные методы устранения мультиколлинеарности. Простейшим методом является исключение из модели одного или нескольких линейно-связанных факторных признаков. Вопрос о том, какой из факторов следует отбросить, решается на основании качественного и логического анализа изучаемого явления.

В прикладных моделях лучше не сокращать число факторов до тех пор, пока мультиколлинеарность не станет серьезной проблемой.

Иногда проблема мультиколлинеарности может быть решена путем изменения спецификации модели.

Множественная линейная регрессия характеризует связь между результативным и несколькими факторными признаками, и предполагается наличие линейной связи между ними:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m,$$

где m — число объясняющих переменных (факторов); $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ — параметры модели.

Для обеспечения статистической надежности требуется выполнение условия $n \geq 3(m+1)$, где n — число наблюдений.

Основные предпосылки модели множественной линейной регрессии следующие [19]:

- математическое ожидание случайного отклонения ε_i равно нулю для всех наблюдений;
- дисперсии отклонений постоянны и равны для всех наблюдений;
- случайные отклонения независимы друг от друга;
- случайное отклонение независимо от объясняющих переменных (факторных показателей);
- модель линейна относительно параметров;

- между факторами отсутствует строгая линейная связь;
- случайные отклонения ε_i распределены нормально с параметрами 0 и σ^2 .

Параметры уравнения множественной линейной регрессии могут быть определены методом наименьших квадратов. Методика построения уравнения множественной линейной регрессии аналогична случаю парной линейной регрессии. Вместо переменных подставляются результаты наблюдений, находятся остатки и минимизируется сумма квадратов остатков.

Рассмотрим построение уравнения регрессии при наличии связи между результативным и двумя факторными признаками ($m = 2$):

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2. \quad (9.3)$$

В соответствии с методом наименьших квадратов сумма квадратов отклонений фактического значения результативного показателя от теоретического должна быть минимальна (см. формулу (9.1)).

В случае множественной линейной регрессии при наличии связи между результативным и двумя факторными признаками задача (9.1) принимает вид

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_{1i} - a_2x_{2i})^2 \rightarrow \min,$$

где $x_{1i}, x_{2i}, i = 1, \dots, n$, — наблюдаемые значения признаков x_1, x_2 .

Минимизируя сумму квадратов отклонений, получаем систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + a_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} = \sum_{i=1}^n x_{1i}y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_{2i} + a_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} + a_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i}y_i. \end{cases} \quad (9.4)$$

Разрешив систему уравнений (9.4) относительно параметров a_0, a_1, a_2 , получим

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}) \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 - \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}) \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)}{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 - \left(\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2) \right)^2};$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}) \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 - \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}) \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)}{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 - \left(\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2) \right)^2};$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}_1 - a_2\bar{x}_2,$$

где $\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{1i}}{n}; \bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{2i}}{n}; \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}.$

Пример 9.2. Объем продаж y линейно зависит от цены товара x_1 и затрат на рекламу x_2 . Статистические данные собраны за 7 мес.:

y_i	78	85	100	105	110	116	120
x_{1i}	30	34	38	40	49	42	54
x_{2i}	3	4	5	5	7	8	10

На основании статистической информации построим уравнение линейной регрессии.

Решение

Результаты расчетов представлены в табл. 9.4.

Таблица 9.4

Данные, отражающие зависимость объема продаж y от цены товара x_1 и затрат на рекламу x_2

								Сумма
y_i	78	85	100	105	110	116	120	714
x_{1i}	30	34	38	40	49	42	54	287
x_{2i}	3	4	5	5	7	8	10	42
$x_{1i} - \bar{x}_1$	-11	-7	-3	-1	8	1	13	—
$(x_{1i} - \bar{x}_1)^2$	121	49	9	1	64	1	169	414
$x_{2i} - \bar{x}_2$	-3	-2	-1	-1	1	2	4	—
$(x_{2i} - \bar{x}_2)^2$	9	4	1	1	1	4	16	36
$y_i - \bar{y}$	-24	-17	-2	3	8	14	18	—
$(x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)$	33	14	3	1	8	2	52	113
$(x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})$	264	119	6	-3	64	14	234	698
$(x_{2i} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y})$	72	34	2	-3	8	28	72	213

$$\bar{x}_1 = \frac{287}{7} = 41; \bar{x}_2 = \frac{42}{7} = 6; \bar{y} = \frac{714}{7} = 102;$$

$$a_1 = \frac{698 \cdot 36 - 213 \cdot 113}{414 \cdot 36 - 113^2} = 0,496;$$

$$a_2 = \frac{213 \cdot 414 - 698 \cdot 113}{414 \cdot 36 - 113^2} = 4,36;$$

$$a_0 = 102 - 0,496 \cdot 41 - 4,36 \cdot 6 = 55,504.$$

Итак, уравнение регрессии $\hat{y} = 55,504 + 0,496x_1 + 4,36x_2$.

Нами были рассмотрены линейные связи. Однако не всегда экономические зависимости являются линейными по своей сути, и поэтому их моде-

лирование линейными уравнениями регрессии не приведет к положительному результату. В этих случаях рассматривают нелинейные модели.

Если экономист пришел к выводу, что модель нелинейна, то вначале стоит попытаться подобрать к анализируемым переменным такое преобразование, которое позволило бы представить существующую зависимость в виде линейной функции. В случае если линейаризация невозможна, к исследуемой зависимости следует применять методы нелинейной регрессии.

Если в результате качественного анализа между результативным и факторным показателями установлена нелинейная зависимость, принимающая форму кривой второго порядка, т.е. связь выражается уравнением кривой $\hat{y} = a_0 + a_1x + a_2x^2$, то параметры a_0, a_1, a_2 могут быть определены путем решения системы трех нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i. \end{cases}$$

Линейаризации поддаются следующие виды зависимостей.

Экспоненциальные зависимости. Некоторые экономические показатели характеризуются приблизительно постоянным темпом относительного прироста во времени. Этому соответствует модель следующего вида:

$$\hat{y} = a_0 e^{a_1 x}.$$

Тогда

$$\frac{d\hat{y}}{dx} = a_1 a_0 e^{a_1 x} = a_1 y.$$

Так что относительный прирост y за единицу времени определяется выражением

$$\square \frac{d\hat{y}}{dx} \cdot \frac{1}{y} = a_1.$$

Переход к новой переменной $y^* = \ln y$ позволяет представить исследуемую зависимость в линейном виде:

$$\hat{y}^* = a_0^* + a_1 x,$$

где $a_0^* = \ln a_0$.

Логарифмические зависимости. Предположим, что исследуемая зависимость имеет вид

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \ln x.$$

Переход к линейной зависимости осуществляется с помощью преобразования

$$x^* = \ln x.$$

Гиперболические зависимости. Предположим, что исследуемая зависимость имеет вид

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \frac{1}{x}, 0 < x < \infty.$$

Переход к линейной зависимости осуществляется с помощью преобразования

$$x^* = \frac{1}{x}.$$

Степенные зависимости. Рассмотрим модель множественной регрессии вида

$$\hat{y} = a_0 (x_1)^{a_1} (x_2)^{a_2} \cdots (x_m)^{a_m}.$$

При переходе к переменным $\hat{y}^* = \ln \hat{y}$, $x_j^* = \ln x_j$, $j = 1, \dots, m$, можно представить исследуемую зависимость в следующем виде:

$$\hat{y}^* = a_0^* + a_1 x_1^* + a_2 x_2^* + \dots + a_m x_m^*,$$

где $a_0^* = \ln a_0$.

Одним из вариантов решения задачи определения типа линеаризующего преобразования в каждом конкретном случае может быть подбор подходящей модели методом перебора и выбор лучшей на основании некоторого критерия качества, например связанного со значением коэффициента детерминации (см. параграф 9.3).

Однако существует и более формализованная процедура подбора соответствующего линеаризующего преобразования, известная как подход Бокса — Кокса¹.

9.3. Корреляционный анализ

Корреляционный анализ дает ответ на вопрос, насколько хорошо приближает наши данные выбранная модель.

Поведение результативного показателя может быть обусловлено влиянием одного (парная регрессия) или многих факторов (множественная регрессия).

В качестве показателей тесноты связи между количественными признаками наиболее часто используются линейный коэффициент корреляции, корреляционное отношение (эмпирическое и теоретическое), коэффициенты корреляции рангов, коэффициент конкордации.

¹ Яковлева А. В. Эконометрика. Конспект лекций. М. : Эксмо, 2008.

Начнем рассмотрение с анализа линейных связей, когда поведение резуль- тативного показателя обусловлено влиянием одного фактора (парная линейная регрессия).

Парная линейная регрессия. Проведена случайная выборка. При значе- ниях факторного показателя $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ наблюдались значения резуль- тативного показателя $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ соответственно.

$$\text{Среднее значение резуль- тативного показателя } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}.$$

В каждой точке x_i фактическое значение резуль- тативного показателя от- клоняется от среднего значения на величину $y_i - \bar{y}$.

Мы предположили, что поведение резуль- тативного показателя y обу- словлено влиянием факторного показателя x и аналитически связь между ними описывается уравнением прямой линии: $\hat{y} = a + bx$.

Для измерения тесноты связи между двумя количественными призна- ками x и y в случае линейной зависимости между ними используется ли- нейный коэффициент корреляции. Если форма связи между признаками x и y еще не определена, то линейный коэффициент корреляции рассчи- тывают, чтобы ответить на вопрос, можно ли считать зависимость между ними линейной.

Возведя линейный коэффициент корреляции в квадрат, получим коэф- фициент детерминации, показывающий величину вариации переменной y , которая объясняется переменной x при наличии линейной связи этих ве- личин.

В параграфе 5.2 было введено понятие коэффициента детерминации и отмечалось, что он показывает, какая доля в общей дисперсии прихо- дится на дисперсию, обусловленную вариацией признака, положенного в основу группировки.

В случае парной линейной регрессии факторным признаком является x , резуль- тативным признаком является y .

Теоретические значения резуль- тативного показателя, полученные по выбранному уравнению регрессии в каждой точке x_i , отклоняются от среднего уровня на величину $\hat{y}_i - \bar{y}$. Данное отклонение обусловлено влиянием фактора x .

Но на поведение y помимо фактора x оказывают влияние и другие фак- торы, влияние которых скрыто в остатке ε . Фактическое значение резуль- тативного показателя $y_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i$. В каждой точке x_i отклонение фактических значений резуль- тативного показателя от теоретических значений, получен- ных по выбранному уравнению регрессии, равно $y_i - \hat{y}_i$.

Таким образом, отклонение фактических значений резуль- тативного показателя от среднего уровня складывается из двух составляющих: $y_i - \bar{y} = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y})$, что представлено на рис. 9.2.

Итак, для каждой точки x_i :

- $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ — сумма квадратов общей вариации резуль- тативного по-

казателя y ;

- $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ – сумма квадратов вариации результативного показателя y , которая объясняется влиянием фактора x , т.е. уравнением $\hat{y} = a + bx$;
- $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ – сумма квадратов вариации результативного показателя y , которая не объясняется уравнением $\hat{y} = a + bx$, она связана с влиянием факторов, не включенных в модель парной линейной регрессии.



Рис. 9.2. Вариация результативного показателя y

Чем выше доля объясненной вариации в общей вариации результативного показателя, тем лучше приближает наши данные линейная модель.

Дисперсия, отражающая ту часть вариации результативного признака y , которая обусловлена воздействием факторного признака x , равна

$$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n}$$

Дисперсия, отражающая ту часть вариации результативного признака y , которая обусловлена действием всех прочих неучтенных факторов, кроме фактора x , равна

$$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

Общая дисперсия равна

$$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}$$

Коэффициент детерминации r^2 , показывающий долю вариации результативного признака y , которая объясняется влиянием факторного признака x , равен

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Значение коэффициента детерминации лежит в пределах от нуля до единицы. В случае строгой линейной зависимости между x и y коэффициент детерминации равен единице. Если зависимость между x и y отсутствует, коэффициент детерминации равен нулю. Чем теснее связь между x и y , тем ближе значение коэффициента детерминации к единице и тем выше точность прогноза по модели парной линейной регрессии.

Наряду с коэффициентом детерминации при наличии линейной связи между двумя коррелируемыми признаками рассчитывают линейный коэффициент корреляции r :

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}} \quad (9.5)$$

Линейный коэффициент корреляции лежит в пределах $-1 \leq r \leq 1$.

Чаще всего рассчитывается линейный коэффициент корреляции по формуле (9.5). Коэффициент детерминации рассчитывают путем возведения в квадрат коэффициента корреляции.

Линейный коэффициент корреляции характеризует тесноту и направление связи между x и y .

Знак линейного коэффициента корреляции характеризует направление связи. В случае прямой связи между x и y линейный коэффициент корреляции имеет положительное значение, в случае обратной связи между x и y — отрицательное. Знак линейного коэффициента корреляции совпадает со знаком коэффициента регрессии b .

Величина линейного коэффициента корреляции характеризует тесноту связи. Чем ближе линейный коэффициент корреляции по модулю к единице, тем ближе связь между x и y к линейной. При значении линейного коэффициента корреляции, равном нулю, линейной связи между x и y не существует, однако между x и y может существовать другая (нелинейная) зависимость.

Пример 9.3. Рассчитаем линейный коэффициент корреляции и коэффициент детерминации для задачи, исходные данные которой даны в примере 9.1.

Решение

Для определения линейного коэффициента корреляции в дополнение к данным, представленным в табл. 9.3, необходимо рассчитать величину $\sum y^2$. Обобщим данные, необходимые для расчета, в табл. 9.5.

Таблица 9.5

Данные, отражающие зависимость доходности акции от среднерыночной доходности

Номер периода	Доходность акции y , %	Среднерыночная доходность x , %	x^2	xy	y^2
1	12	10	100	120	144
2	18	12	144	216	324
3	9	8	64	72	81
4	9	10	100	90	81
5	18	13	169	234	324
6	15	14	196	210	225
7	8	5	25	40	64
8	6	4	16	24	36
Сумма	$\sum y = 95$	$\sum x = 76$	$\sum x^2 = 814$	$\sum xy = 1006$	$\sum y^2 = 1279$

Коэффициент корреляции:

$$r = \frac{8 \cdot 1006 - 76 \cdot 95}{\sqrt{(8 \cdot 814 - 76^2)(8 \cdot 1279 - 95^2)}} = \frac{828}{\sqrt{888352}} = 0,88.$$

Коэффициент детерминации: $r^2 = 0,88^2 = 0,774$.

Значение линейного коэффициента корреляции близко к единице, что свидетельствует о сильной положительной связи между x и y (с ростом среднерыночной доходности доходность акции исследуемой компании растет). Обратим внимание на совпадение знаков линейного коэффициента корреляции и коэффициента b полученного выше уравнения регрессии $\hat{y} = a + bx = 1,19 + 1,125x$.

Коэффициент детерминации равен 0,774. Это означает, что 77,4% общей вариации доходности акции y зависит от среднерыночной доходности x . Наша модель не объясняет 22,6% вариации доходности акции. Эта часть вариации объясняется факторами, не включенными в модель.

Расчет линейного коэффициента корреляции может быть произведен также по следующей формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (9.6)$$

Пример 9.4. Для задачи, рассматриваемой в примерах 9.1, 9.3, определим линейный коэффициент корреляции по формуле (9.6).

Решение

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{76}{8} = 9,5; \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{95}{8} = 11,875; \overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} = \frac{1006}{8} = 125,75;$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \frac{814}{8} = 101,75; \overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} = \frac{1279}{8} = 159,875;$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 101,75 - 9,5^2 = 11,5; \sigma_x = \sqrt{11,5} = 3,391;$$

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = 159,875 - 11,875^2 = 18,859375; \sigma_y = \sqrt{18,859375} = 4,343;$$

$$r = \frac{125,7 - 9,5 \cdot 11,875}{3,391 \cdot 4,343} = \frac{12,8875}{14,7271} = 0,88.$$

Линейный коэффициент корреляции позволяет сделать вывод о наличии линейной связи. Однако между признаками может отсутствовать линейная связь, но существовать другая (нелинейная) зависимость. Определение линейного коэффициента корреляции r и коэффициента детерминации r^2 , рассчитываемых при наличии линейной связи признаков, не позволяет сделать вывод о наличии или отсутствии нелинейной зависимости между ними.

Универсальным показателем измерения тесноты связи, применяемым ко всем случаям корреляционной зависимости независимо от формы этой связи (в случае наличия линейной и нелинейной зависимости между двумя признаками), является *корреляционное отношение*. Различают эмпирическое и теоретическое корреляционное отношение.

В параграфе 5.2 было введено понятие эмпирического корреляционного отношения. Рассмотрим различие в определении эмпирического и теоретического корреляционных отношений.

Эмпирическое корреляционное отношение η рассчитывается по данным группировки:

$$\eta_{\text{э}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{общ}}^2 - \overline{\sigma^2}}{\sigma_{\text{общ}}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\overline{\sigma^2}}{\sigma_{\text{общ}}^2}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_{\text{общ}}^2}},$$

где $\sigma_{\text{общ}}^2$ — общая дисперсия; $\overline{\sigma^2}$ — средняя из частных (внутригрупповых) дисперсий; δ^2 — межгрупповая дисперсия (дисперсия внутригрупповых средних), которая характеризует отклонения групповых средних результативного показателя от общей средней.

Все эти дисперсии есть дисперсии результативного признака:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (\bar{y}_j - \bar{y})^2 f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}; \sigma_{\text{общ}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i},$$

где t – число групп по факторному признаку x ; n – число единиц совокупности; \bar{y}_j – средние значения результативного признака по группам; \bar{y} – общее среднее значение результативного признака; y_j – индивидуальные значения результативного признака; $f_j = f_x$ – частота в j -й группе x ; $f_i = f_y$ – частота в i -й группе y .

Квадрат корреляционного отношения $\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$ называется *эмпирическим коэффициентом детерминации*.

Теоретическое корреляционное отношение определяется по формуле

$$\eta_{\text{теор}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma^2}},$$

где δ^2 – дисперсия выравненных (теоретических) значений результативного признака, т.е. значений, рассчитанных по уравнению регрессии; σ^2 – дисперсия эмпирических (фактических) значений результативного признака.

Корреляционное отношение изменяется в пределах от 0 до 1.

Пример 9.5. Определим теоретическое корреляционное отношение по данным табл. 9.5.

Решение

Исходные данные и расчет дополнительных показателей, необходимых для исчисления корреляционного отношения, представлены в табл. 9.6.

Таблица 9.6

Расчетная таблица для определения корреляционного отношения

x	Доходность акции, %		$(y - \bar{y})^2$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y - \hat{y})^2$
	фактическая y	теоретическая \hat{y}			
10	12	12,44	0,015625	0,319225	0,1936
12	18	14,69	37,51563	7,924225	10,9561
8	9	10,19	8,265625	2,839225	1,4161
10	9	12,44	8,265625	0,319225	11,8336
13	18	15,815	37,51563	15,5236	4,774225
14	15	16,94	9,765625	25,65423	3,7636
5	8	6,815	15,01563	25,6036	1,404225
4	6	5,69	34,51563	38,25423	0,0961
$\sum x = 76$	$\sum y = 95$	$\sum \hat{y} = 95,02$	$\sum (y - \bar{y})^2 =$ = 150,875	$\sum (\hat{y} - \bar{y})^2 =$ = 116,4376	$\sum (y - \hat{y})^2 =$ = 34,43755

Ранее было получено уравнение регрессии $\hat{y} = a + bx = 1,19 + 1,125x$. Подставляя в данное уравнение значения x , находим соответствующие им значения \hat{y} (столбец 3 табл. 9.6).

Среднее значение доходности акции: $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{95}{8} = 11,875$.

Дисперсия эмпирических (фактических) значений результативного признака:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{150,875}{8} = 18,86.$$

Дисперсия теоретических (выравненных) значений результативного признака:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{116,4376}{8} = 14,55.$$

Отсюда теоретическое корреляционное отношение

$$\eta_{\text{теор}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{14,55}{18,86}} = 0,88.$$

Такой же результат получим, используя формулу $\eta_{\text{теор}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma^2}}$:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} = \frac{34,43755}{8} = 4,305; \eta_{\text{теор}} = \sqrt{1 - \frac{4,305}{18,86}} = 0,88.$$

В данном примере, как мы видим, значение теоретического корреляционного отношения совпало со значением линейного коэффициента корреляции, так как было принято предположение о наличии линейной связи.

Мы рассмотрели линейную связь, но, как уже отмечалось, теоретическое корреляционное отношение, в отличие от линейного коэффициента корреляции, позволяет измерить тесноту зависимости при любой форме связи.

Для измерения тесноты связи при множественной корреляционной зависимости, т.е. при исследовании трех и более признаков одновременно, вычисляется множественный и частные коэффициенты корреляции.

Множественный коэффициент корреляции вычисляется при наличии линейной связи между результативным и несколькими факторными признаками, а также между каждой парой факторных признаков.

Множественный коэффициент корреляции для двух факторных признаков вычисляется по формуле

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

где r_{yx_i} , $i = 1, 2$, — парные коэффициенты корреляции между признаками:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_1}}; r_{yx_2} = \frac{\overline{yx_2} - \bar{y} \cdot \bar{x}_2}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_2}}; r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}}.$$

Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах $0 \leq R \leq 1$. Приближение R к единице свидетельствует о сильной зависимости между признаками. Иначе говоря, среди отобранных факторов присутствуют те, которые решающим образом влияют на результативный показатель. Малое значение множественного коэффициента корреляции можно объяснить тем, что в уравнение множественной регрессии не включены

факторы, существенно влияющие на резульативный показатель, либо тем, что установленная линейная форма зависимости не отражает реальной взаимосвязи признаков.

Множественный коэффициент корреляции зависит не только от корреляции резульативного показателя с факторными, но и от корреляции факторных признаков между собой. Наличие между двумя факторами весьма тесной линейной связи (парный коэффициент корреляции превышает по абсолютной величине 0,8) называется *коллинеарностью*, а между несколькими факторами — *мультиколлинеарностью*.

Отсутствие корреляционной связи между факторными признаками и наличие тесной связи между резульативным и факторными признаками — условие включения этих факторных признаков в регрессионную модель.

Частные коэффициенты корреляции характеризуют степень тесноты связи между двумя признаками при фиксированном значении других факторных признаков, т.е. когда их влияние исключается.

В случае зависимости от двух факторных признаков коэффициенты частной корреляции имеют вид

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{x_1x_2}r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r_{x_2y}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}}; r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{x_1y}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{x_1y}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}}$$

где $r_{\alpha\beta}$ — парные коэффициенты корреляции между указанными в индексе переменными (в первом случае исключено влияние факторного признака x_2 , во втором — x_1).

9.4. Методы изучения связи качественных признаков

При наличии соотношения между вариацией качественных признаков говорят об их ассоциации, взаимосвязанности. Для оценки связи в этом случае используют ряд показателей.

Для определения тесноты связи двух качественных признаков, каждый из которых состоит только из двух групп, применяются коэффициенты ассоциации и контингенции.

Для их вычисления строится таблица (табл. 9.7), которая показывает связь между двумя явлениями, каждое из которых должно быть альтернативным, т.е. состоящим из двух качественно отличных друг от друга значений признака (да/нет).

Таблица 9.7

Исходные данные для вычисления коэффициентов ассоциации и контингенции

a	b	$a + b$
c	d	$c + d$
$a + c$	$b + d$	$a + b = c + d$

Коэффициент ассоциации:

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

Коэффициент контингенции:

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}.$$

Отметим, что коэффициент ассоциации всегда больше коэффициента контингенции.

Связь считается подтвержденной, если $K_a \geq 0,5$ или $K_k \geq 0,3$.

Пример 9.6. В табл. 9.8 приведены данные о распределении предприятий по источникам средств для их покупки.

Таблица 9.8

Распределение предприятий по источникам средств для их покупки

Источник средств	Зарождающийся бизнес	Зрелый бизнес	Итого
Собственные средства	70	20	90
Заемные средства	30	65	95
Итого	100	85	185

Определим коэффициенты ассоциации и контингенции.

Решение

Коэффициент ассоциации: $K_a = \frac{70 \cdot 65 - 20 \cdot 30}{70 \cdot 65 + 20 \cdot 30} = \frac{3950}{5150} = 0,767$.

Коэффициент контингенции:

$$K_k = \frac{70 \cdot 65 - 20 \cdot 30}{\sqrt{(70+20) \cdot (20+65) \cdot (70+30) \cdot (30+65)}} = \frac{3950}{\sqrt{72\,675\,000}} = 0,463.$$

На основании полученных коэффициентов можно сделать вывод о наличии связи между выбором источников средств для покупки предприятий и уровнем зрелости бизнеса. Такая связь имеет место, но не столь существенна.

В рассмотренном нами случае, каждый из качественных признаков состоял из двух групп. На практике имеют место случаи, когда каждый из качественных признаков состоит более чем из двух групп. В таких случаях для определения тесноты связи возможно применение *коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона* или *Чупрова*:

$$K_{\pi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}; K_{\chi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}},$$

где φ^2 — показатель взаимной сопряженности; K_1 — число значений (групп) первого признака; K_2 — число значений (групп) второго признака.

Чем ближе величина коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова (K_{π} и K_{χ}) к единице, тем теснее связь.

Показатель взаимной сопряженности рассчитывается по табл. 9.9 следующим образом:

$$\phi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x n_y} - 1,$$

где n_{xy}^2 — квадраты частот каждой клетки таблицы; n_x — сумма частот по соответствующей строке; n_y — сумма частот по соответствующему столбцу.

Таблица 9.9

Вспомогательная таблица для расчета коэффициента взаимной сопряженности

<i>x</i> \ <i>y</i>	I	II	III	Всего
I				n_x
II		n_{xy}		
III				
Итого	n_y			n

Пример 9.7. Исследуем связь между жизненным уровнем респондентов и уровнем их образования. Результаты обследования представлены в табл. 9.10.

Таблица 9.10

Результаты обследования для примера 9.7

Образование	Жизненный уровень респондентов				Итого
	высокий	средний	низкий	за чертой бедности	
Высшее	60	50	15	7	132
Незаконченное высшее	8	4	5	3	20
Среднее специальное	37	43	50	38	168
Общее среднее	5	6	33	40	84
Незаконченное среднее	0	1	2	10	13
Итого	110	104	105	98	417

Решение

Определим показатель взаимной сопряженности:

$$\begin{aligned} \phi^2 &= \frac{60^2}{110} + \frac{50^2}{104} + \frac{15^2}{105} + \frac{7^2}{98} + \frac{8^2}{110} + \frac{4^2}{104} + \frac{5^2}{105} + \frac{3^2}{98} + \\ &+ \frac{37^2}{168} + \frac{43^2}{104} + \frac{50^2}{105} + \frac{38^2}{98} + \frac{5^2}{110} + \frac{6^2}{104} + \frac{33^2}{105} + \frac{40^2}{98} + \frac{1^2}{104} + \frac{2^2}{105} + \frac{10^2}{98} - 1 = \\ &= 0,45 + 0,053 + 0,409 + 0,325 + 0,082 - 1 = 0,319. \end{aligned}$$

Тогда коэффициенты Пирсона и Чупрова равны

$$K_{\pi} = \sqrt{\frac{0,319}{1,319}} = 0,492; K_{\chi} = \sqrt{\frac{0,319}{\sqrt{(5-1)(4-1)}}} = 0,303.$$

Проведенные расчеты свидетельствуют о наличии связи между жизненным уровнем респондентов и уровнем их образования. Связь средняя.

Отметим, что использовать коэффициент Чупрова для таблицы «четырёх полей» не рекомендуется, так как при числе степеней свободы $\nu = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1$ он будет больше коэффициента Пирсона. Для таблиц другой размерности (с числом строк и столбцов больше двух) коэффициент взаимной сопряженности Чупрова всегда меньше коэффициента Пирсона.

Для оценки связи используется также бисериальный коэффициент корреляции.

Бисериальный коэффициент корреляции дает возможность оценить связь между качественным альтернативным и качественным варьирующим признаками. Данный коэффициент вычисляется по формуле

$$K_{\text{кор бис}} = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1| pq}{\sigma_y Z},$$

где \bar{y}_1, \bar{y}_2 — средние в группах; σ_y — среднее квадратическое (стандартное) отклонение фактических значений признака от среднего уровня; p — доля первой группы; q — доля второй группы; Z — табулированные (табличные) значения Z -распределения в зависимости от p .

В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам с помощью рангов, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи.

Рассмотрим далее *ранговые коэффициенты связи*.

Ранжирование — это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения.

Ранг — это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. Если значения признака имеют одинаковую количественную оценку, то ранг всех этих значений принимается равным средней арифметической из соответствующих номеров мест, которые определяют. Данные ранги называются связными.

Наибольшее значение среди непараметрических методов оценки тесноты связи имеют ранговые коэффициенты Спирмена (ρ), Кендалла (τ) и коэффициент конкордации. Эти коэффициенты могут быть использованы для определения тесноты связи как между количественными, так и между качественными признаками, которые поддаются ранжированию.

Коэффициент Спирмена (коэффициент корреляции рангов):

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}.$$

где d_i^2 — квадраты разности рангов x и y ; n — число наблюдаемых пар значений x и y .

Коэффициент Спирмена лежит в пределах $-1 \leq \rho \leq 1$.

Ранговый коэффициент корреляции Кендалла (τ) также может использоваться для измерения взаимосвязи между качественными и количественными признаками, характеризующими однородные объекты и ранжированные по одному принципу. Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по формуле

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где S — сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку; n — число наблюдений.

Расчет коэффициента корреляции Кендалла выполняется в следующей последовательности.

1. Значения X ранжируются в порядке возрастания или убывания.
2. Значения Y располагаются в порядке, соответствующем значениям X .
3. Для каждого ранга Y определяется число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммарная величина этих чисел P как мера соответствия последовательностей рангов по X и Y учитывается со знаком «+»;

4. Для каждого ранга Y определяется число следующих за ним значений рангов, меньших его величины. Суммарная величина этих чисел обозначается через Q и фиксируется со знаком «-».

5. Определяется сумма баллов по всем членам ряда.

Как правило, коэффициент Кендалла меньше коэффициента Спирмена.

Связь между признаками признается статистически значимой, если значения коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла больше 0,5.

Для определения тесноты связи между произвольным числом ранжированных признаков применяется множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации).

Коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12D^2}{m^2(n^3 - n)},$$

где D^2 — отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов; m — количество факторов; n — число наблюдений.

Контрольные вопросы и задания

1. В чем заключаются основные задачи изучения и измерения связи между явлениями?

2. Дайте определение функциональной связи. В каких областях науки она наиболее распространена? Приведите примеры.

3. Какая связь называется корреляционной?

4. Укажите, какие бывают виды связи: а) по направлению; б) по аналитическому выражению.

Глава 10

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

После изучения главы 10 студент должен:

знать

- понятие тенденции ряда динамики;
- статистические методы прогнозирования социально-экономических явлений;
- особенность адаптивных методов прогнозирования;
- методику проведения трендового анализа;

уметь

- выявлять основную тенденцию (тренд) в рядах динамики;
- проводить дессезонализацию данных;
- анализировать статистические данные и формулировать выводы, вытекающие из анализа данных;
- прогнозировать значения изучаемых переменных;

владеть

- навыками анализа статистических данных;
 - методологией статистического прогнозирования.
-

10.1. Трендовые модели прогнозирования

Статистические наблюдения в социально-экономических исследованиях обычно проводятся регулярно и представляются в виде динамических рядов. Статистические исследования призваны обеспечить количественные оценки и прогноз как основных макроэкономических показателей, так и микроэкономических показателей, необходимых при планировании деятельности организации. В бизнесе прогнозирование используется для получения информации о многих объектах. Как результат анализа фирму интересуют будущие прибыли и убытки. Но для того чтобы достигнуть этого результата, может потребоваться большое количество прогнозов — от макро- до индивидуальных прогнозов: прогнозы ВВП, которые описывают общий объем произведенных товаров и услуг в стране; прогнозы компонентов ВВП, например потребительских расходов, расходов производителей на оборудование длительного пользования и жилые здания; отраслевые прогнозы; прогнозы продаж конкретных товаров.

Под **прогнозом** понимается научно обоснованное описание возможных состояний объектов в будущем, а также альтернативных путей и сроков достижения этого состояния. Процесс разработки прогнозов называется **прогнозированием**.

Предпосылками хорошего прогноза являются следующие положения.

1. Прогноз должен соответствовать другим аспектам бизнеса, например прогнозирование роста продаж на 10% должно гарантировать наличие необходимых производственных возможностей и рабочей силы для создания этого роста.

2. Прогноз должен быть основан на знаниях, полученных в прошлом. Однако когда базовые условия значительно меняются, прошлый опыт может оказаться бесполезным при составлении прогноза. Более того, иногда прошлого, на котором можно было бы основываться, просто не существует. Это происходит, когда мы имеем дело с новым товаром или технологией. При таких условиях процесс прогнозирования должен включать в себя мнение аналитиков. В некоторых случаях для формулировки прогноза или сценария на будущее используются прогнозы, основывающиеся только на мнении экспертов.

3. Прогнозы должны учитывать экономические и политические условия, а также любые потенциальные изменения.

4. Прогноз должен быть своевременным. Работа на основе точного, но запоздалого прогноза может быть бесполезной.

При *выборе техники прогнозирования* во внимание необходимо принимать следующие факторы.

1. Суть прогноза. Что мы пытаемся прогнозировать — продолжительность исторической модели, продолжительность основной зависимости или переломный момент?

2. Взаимосвязь ситуации и характеристик доступных методов прогнозирования. Менеджер должен принимать решения, основываясь на соотношении цены и качества. Если для достижения желаемого результата может быть использован менее дорогостоящий метод, именно его и следует использовать.

3. Доступный объем данных за прошедшие периоды.

4. Время, отпущенное на составление прогноза. Выбор определенного метода может зависеть от срочности ситуации.

Различают следующие **методы прогнозирования**.

1. *Качественное прогнозирование* основывается на суждениях отдельных людей или групп. Результаты качественного прогноза могут быть представлены в числовой форме, но в целом они не основываются на наборах временных данных.

2. *Количественное прогнозирование* использует значительные объемы данных за прошлые периоды в качестве основы. Количественные методы могут быть простыми или причинными (объяснительными):

- при *простом прогнозировании* данные за прошлые периоды проецируются в будущее без объяснения будущих тенденций;

- *причинное, или объяснительное, прогнозирование* пытается объяснить функциональные различия между оцениваемой переменной (зависимая

переменная) и переменной или переменными, которые отвечают за изменения (независимые переменные).

Важной характеристикой является время (период) упреждения прогноза — отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз.

По времени упреждения экономические прогнозы делятся следующим образом:

- оперативные (с периодом упреждения до одного месяца);
- краткосрочные (период упреждения — от одного, нескольких месяцев до года);
- среднесрочные (период упреждения более 1 года, но не превышает 5 лет);
- долгосрочные (с периодом упреждения более 5 лет).

Наибольший практический интерес, безусловно, представляют краткосрочные и оперативные прогнозы.

Временной ряд состоит из нескольких компонент.

Под **трендом** понимается устойчивое систематическое изменение процесса в течение продолжительного времени. Оценка тренда осуществляется параметрическим и непараметрическим методами. Параметрический метод заключается в подборе гладкой функции, которая описывала бы тенденцию ряда: линейный тренд, полином и т.д. Непараметрический метод используется, когда нельзя подобрать гладкую функцию, и заключается в механическом сглаживании временных рядов методом скользящей средней.

Во временных рядах экономических процессов могут иметь место более или менее регулярные колебания. Если они носят строго периодический или близкий к нему характер и завершаются в течение одного года, то их называют **сезонными колебаниями**. Оценка сезонной компоненты осуществляется двумя способами: с помощью тригонометрических функций и методом сезонных индексов.

В тех случаях, когда период колебаний составляет несколько лет, то говорят, что во временном ряде присутствует **циклическая компонента**, или стационарный случайный процесс (ССП). Моделирование СПП осуществляется следующими методами: модель авторегрессии (АР), модель скользящего среднего (СС), модель авторегрессии скользящего среднего (АРСС) и модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС).

Итак, в поведении временного ряда выделяют следующие составляющие:

- тренд — общее изменение со временем значений результативного признака;
- сезонная вариация — повторение данных через небольшой промежуток времени. Под «сезоном» можно понимать и день, и неделю, и месяц, и квартал; если же промежуток времени будет длительным, то это — циклическая вариация;
- случайные отклонения.

В дальнейшем мы остановимся на изучении данных для небольших интервалов времени, поэтому исключим из рассмотрения циклическую составляющую.

Важной задачей статистики при анализе рядов динамики является определение основной тенденции развития, присущей тому или иному ряду динамики.

Временной ряд обычно колеблется вокруг тренда, причем отклонения от тренда часто обнаруживают правильность. Это, как правило, связано с естественной или назначенной периодичностью, например сезонной или недельной, месячной, квартальной. Иногда наличие периодичности и ее причины неясны, тогда задача состоит в том, чтобы выяснить, действительно ли имеет место периодичность.

Методы анализа основной тенденции в рядах динамики разделяются на две основные группы:

1) сглаживание или механическое выравнивание отдельных членов ряда динамики с использованием фактических значений соседних уровней:

- метод укрупнения интервалов;
- метод простой скользящей средней;

2) выравнивание с применением кривой, проведенной между конкретными уровнями таким образом, чтобы она отображала тенденцию, присущую ряду и одновременно освободила его от незначительных колебаний.

Методология статистического прогнозирования предполагает построение и испытание многих моделей для каждого временного ряда, сравнение их на основе статистических критериев и отбор наилучших из них для прогнозирования.

При моделировании сезонных явлений в статистических исследованиях различают два типа колебаний: *мультипликативные* и *аддитивные*.

В *мультипликативном случае* размах сезонных колебаний изменяется во времени пропорционально трендовому значению, при *аддитивной сезонности* предполагается, что амплитуда сезонных колебаний постоянна и не зависит от уровня тренда.

Основой большинства методов прогнозирования является **экстраполяция**, связанная с распространением закономерностей, связей и соотношений, действующих в изучаемом периоде, за его пределы. Таким образом, представления о будущем формируются на основе информации, относящейся к прошлому и настоящему.

Одним из наиболее простых методов сглаживания уровней ряда является **метод укрупнения интервалов**. Данный метод эффективен, если первоначальные уровни ряда относятся к коротким промежуткам времени. В этом случае в силу влияния различных факторов, действующих в разных направлениях, в рядах динамики наблюдается колеблемость уровней ряда (снижение и повышение этих уровней). Это мешает видеть основную тенденцию развития изучаемого явления. Сущность метода укрупнения интервалов состоит в том, что для наглядного представления тренда укрупняют периоды времени, к которым относятся уровни ряда. Например, ряд ежедневного объема продаж продукции заменяется рядом месячного объ-

ема продаж и т.д. В ряду с укрупненными интервалами времени закономерность изменения уровней ряда динамики будет более наглядной.

Пример 10.1. Имеются данные о выпуске продукции предприятия за год (по месяцам) (табл. 10.1).

Таблица 10.1

Выпуск продукции предприятия (по месяцам)

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Выпуск продукции, млн руб.	10,1	10,4	10,2	10,6	10,5	10,7	10,7	10,5	10,8	10,6	11,1	10,7

Динамика выпуска продукции по месяцам наглядно представлена на рис. 10.1.

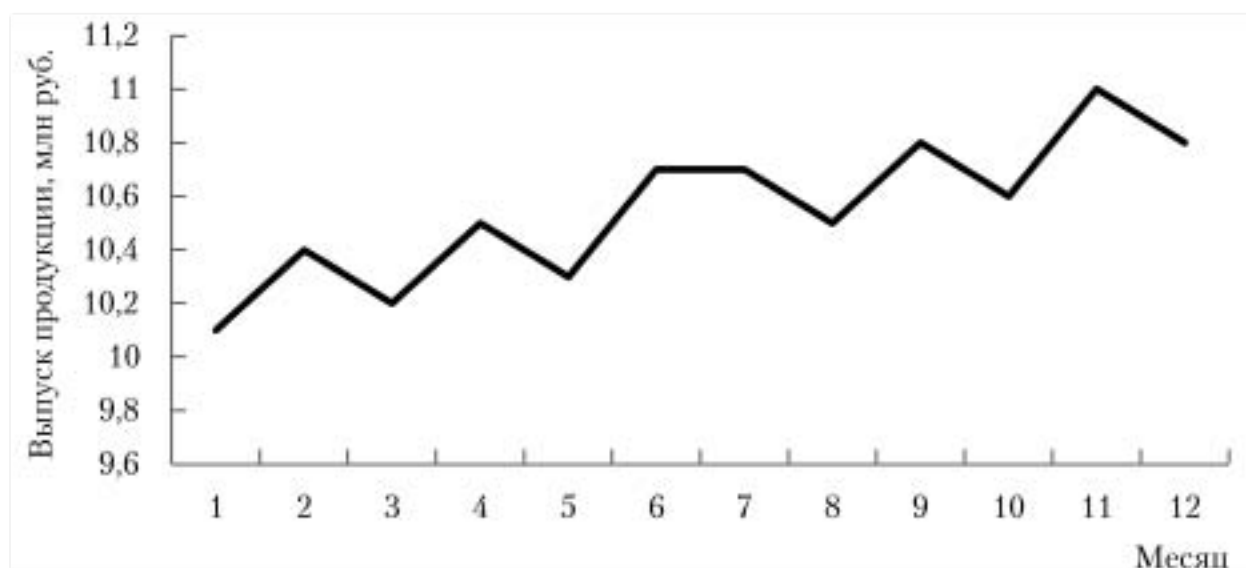


Рис. 10.1. Динамика выпуска продукции предприятия по месяцам (за год)

Укрупним периоды времени, к которым относятся уровни ряда, заменив ряд выпуска продукции по месяцам на ряд выпуска продукции по кварталам. Рассчитаем суммарный и среднемесячный выпуск продукции по кварталам. Результаты представлены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Выпуск продукции предприятия (по кварталам)

Квартал	I	II	III	IV
Общий выпуск продукции, млн руб.	30,7	31,5	32	32,4
Среднемесячный выпуск продукции, млн руб.	10,23	10,5	10,67	10,8

Динамика ежеквартального выпуска продукции представлена на рис. 10.2.

Аналогично можно построить график, характеризующий среднемесячный выпуск продукции по кварталам (рис. 10.3).

Очевидно, что в результате укрупнения интервалов закономерность изменения выпуска продукции становится более наглядной (выпуск продукции растет из квартала в квартал).

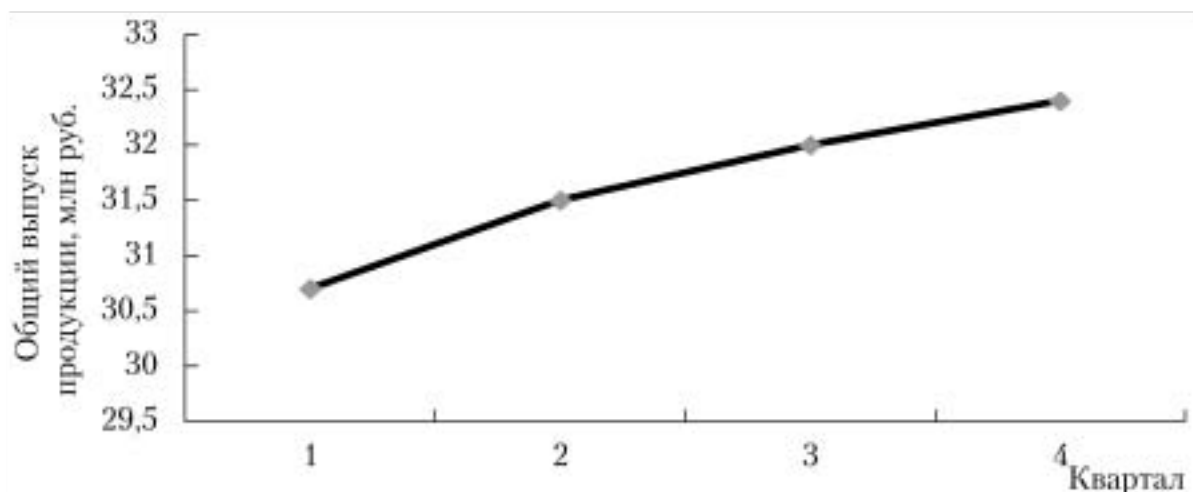


Рис. 10.2. Динамика ежеквартального выпуска продукции

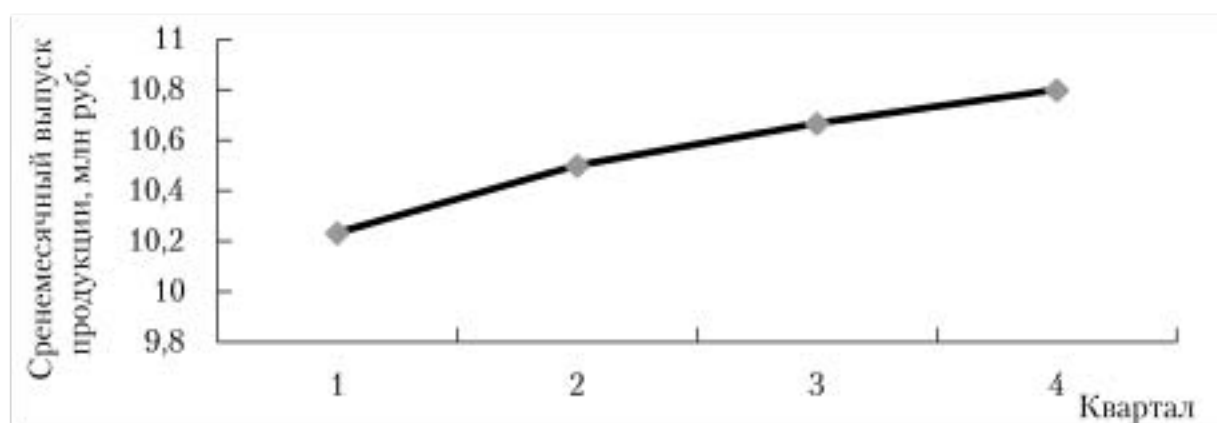


Рис. 10.3. Динамика среднemesячного выпуска продукции (по кварталам)

Сглаживание ряда динамики может проводиться **методом скользящей средней**. Метод заключается в том, что вычисляется средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем средний уровень из такого же числа уровней начиная со второго, далее — начиная с третьего и т.д. Таким образом, при расчетах среднего уровня как бы «скользят» по ряду динамики от его начала к концу, каждый раз отбрасывая один уровень вначале и добавляя один следующий. Каждое звено скользящей средней — это средний уровень за соответствующий период, который относится к середине выбранного периода, если число уровней ряда динамики нечетное.

Пример 10.2. Известны данные о выпуске продукции предприятия по годам (табл. 10.3). Осуществим сглаживание ряда по трем членам (уровням).

Таблица 10.3

Сглаживание выпуска продукции методом скользящей средней (по трем членам)

Год	Выпуск продукции, млн руб.	Скользящие трехлетние суммы	Трехлетние скользящие средние
2000	9,2	—	—
2001	12,7	—	11,4

Окончание табл. 10.3

Год	Выпуск продукции, млн руб.	Скользящие трех- летние суммы	Трехлетние скользящие средние
2002	12,3	34,2	13,1
2003	14,2	39,2	13,2
2004	13,1	39,6	14,2
2005	15,3	42,6	14,5
2006	15,1	43,5	15
2007	14,6	45	15,2
2008	15,8	45,5	14,8
2009	13,9	44,3	16,0
2010	18,2	47,9	16,0
2011	15,8	47,9	17,4
2012	18,3	52,3	16,9
2013	16,6	50,7	18,0
2014	19,2	54,1	—

Сглаженный ряд более наглядно показывает тенденцию роста выпуска продукции из года в год. Данная тенденция в исходном ряду несколько затушевывалась из-за скачкообразных колебаний уровня ряда. На рис. 10.4 представлено графическое изображение фактических и сглаженных уровней ряда (сглаживание осуществлялось по трем уровням).

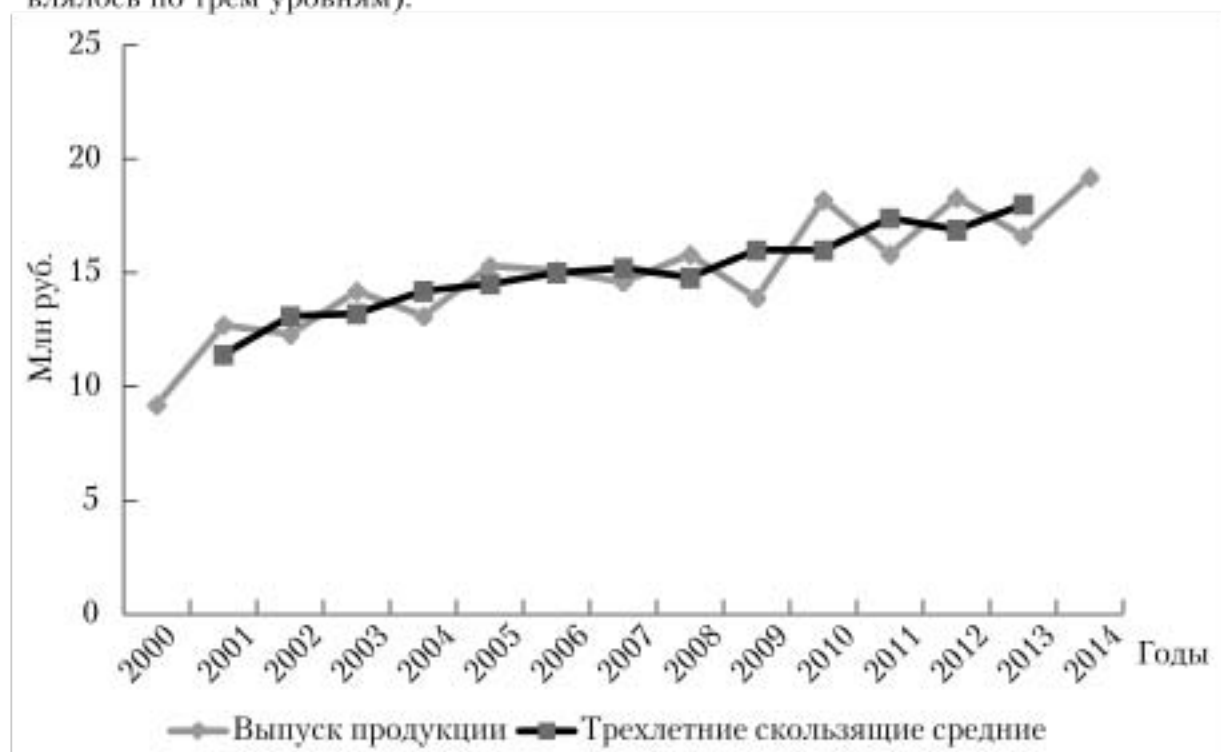


Рис. 10.4. Динамика выпуска продукции

Нахождение скользящей средней по четному числу членов рядов динамики несколько сложнее, так как средняя может быть отнесена только к середине между двумя датами, находящимися в середине интервала сглаживания. Например, средняя, найденная для четырех членов, относится к середине между вторым и третьим, третьим и четвертым уровнями и т.д. Чтобы ликвидировать такой сдвиг, применяют так называемый способ центрирования. Центрирование заключается в нахождении средней из двух смежных скользящих средних для отнесения полученного уровня к определенной дате. При центрировании необходимо находить скользящие суммы, скользящие средние, нецентрированные по этим суммам, и средние из двух смежных нецентрированных скользящих средних.

Пример 10.3. Для данных из примера 10.2 осуществим сглаживание по четырем членам ряда (табл. 10.4).

Таблица 10.4

**Сглаживание выпуска продукции методом скользящей средней
(по четырем членам)**

Год	Выпуск продукции, млн руб.	Скользящие четырехлетние суммы	Скользящие четырехлетние средние нецентрированные	Скользящие четырехлетние средние центрированные
2000	9,2	—		—
			—	
2001	12,7	—		—
			12,1	
2002	12,3	—		12,5875
			13,075	
2003	14,2	48,4		13,4
			13,725	
2004	13,1	52,3		14,075
			14,425	
2005	15,3	54,9		14,475
			14,525	
2006	15,1	57,7		14,8625
			15,2	
2007	14,6	58,1		15,025
			14,85	
2008	15,8	60,8		15,2375
			15,625	
2009	13,9	59,4		15,775
			15,925	
2010	18,2	62,5		16,2375
			16,55	

Год	Выпуск продукции, млн руб.	Скользящие четырехлетние суммы	Скользящие четырехлетние средние нецентрированные	Скользящие четырехлетние средние центрированные
2011	15,8	63,7		16,8875
			17,225	
2012	18,3	66,2		17,35
			17,475	
2013	16,6	68,9		—
			—	
2014	19,2	69,9		—

На рис. 10.5 представлено графическое изображение фактических и сглаженных уровней ряда (сглаживание осуществлялось по четырем уровням).



Рис. 10.5. Динамика выпуска продукции

Недостаток метода простой скользящей средней следующий: сглаженный ряд динамики сокращается ввиду невозможности получить сглаженные уровни для начала и конца ряда.

Этот недостаток устраняется применением метода аналитического выравнивания для анализа основной тенденции развития явления. Аналитическое выравнивание предполагает представление уровней данного ряда динамики в виде функции времени — $\hat{y} = f(t)$. В этом случае эмпирические (фактические) уровни ряда заменяются теоретическими уровнями, рассчитанными по определенному уравнению, которое принято за математическую модель тренда.

Для отображения основной тенденции развития явлений во времени применяются различные функции: полиномы степени, экспоненты, логистические кривые и др.

Выбор функции, используемой для аналитического выравнивания уровней ряда динамики, осуществляется, как правило, на основании графического изображения эмпирических (фактических) данных, которое следует дополнять содержательным анализом особенностей развития исследуемого явления и специфики разных функций. При выборе аналитической функции вспомогательную роль могут оказать механические приемы сглаживания, частично устраняющие случайные колебания и помогающие более точно выбрать адекватную аналитическую модель для выравнивания.

Кроме того, в результате многолетнего опыта использования аналитического выравнивания динамических рядов в статистике выработано правило выбора степени полинома модели развития, основанное на определении величин конечных разностей уровней динамических рядов. Согласно этому правилу полином первой степени (прямая) $\hat{y}_t = a_0 + a_1t$ применяется как модель такого ряда динамики, у которого первые разности (абсолютные приросты) более или менее постоянны, полиномы второй степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$ — для отражения ряда динамики с более или менее постоянными вторыми разностями (ускорениями), полиномы третьей степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ — с более или менее постоянными третьими разностями и т.д. В приведенных формулах $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ — параметры полиномов; t — условное обозначение времени.

Отметим, что в статистической практике параметры полиномов невысокой степени иногда имеют конкретную интерпретацию характеристик динамического ряда. Так, параметр a_0 трактуется как характеристика средних условий ряда динамики, параметры a_1, a_2, a_3 — как изменения ускорения.

Если при последовательном расположении t (меняющемся в арифметической прогрессии) значения уровней динамического ряда меняются в геометрической прогрессии (т.е. цепные коэффициенты роста более или менее постоянны), то такое развитие можно отразить показательной функцией $\hat{y}_t = a_0a_1^t$.

Если обнаружено замедленное снижение уровней ряда динамики, которые по логике могут снизиться до нуля, для описания тренда применяют гиперболу вида $\hat{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$.

Один и тот же эмпирический ряд может быть выровнен по разным аналитическим формулам. Для того чтобы решить, использование какой аналитической формулы даст лучший результат, обычно сопоставляют суммы квадратов отклонений эмпирических (фактических) уровней ряда динамики от теоретических уровней, рассчитанных по разным формулам. Предпочтение отдается той функции, при которой эта сумма квадратов меньше.

Необходимо отметить, что сравнивать непосредственно суммы квадратов отклонений эмпирических уровней ряда динамики от теоретических уровней можно в том случае, если сравниваемые уравнения имеют одинаковое число параметров. В тех случаях, когда число параметров m разное, каждую сумму квадратов отклонений делят на разность $(n - m)$, выступающую в роли числа степеней свободы, и сравнивают квадраты отклонений эмпирических уров-

ней динамического ряда от теоретических уровней, рассчитанные на одну степень свободы (остаточные дисперсии на одну степень свободы).

После выбора вида уравнения необходимо определить его параметры. Самый распространенный способ определения параметров уравнения – это *метод наименьших квадратов*. Суть данного метода изложена в параграфе 9.2.

Согласно методу наименьших квадратов, для того чтобы найти параметры полинома степени m , надо решить систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2 + \dots + a_m \sum_{i=1}^n t_i^m = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^3 + \dots + a_m \sum_{i=1}^n t_i^{m+1} = \sum_{i=1}^n y_i t_i, \\ \dots \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i^m + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^{m+1} + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^{m+2} + \dots + a_m \sum_{i=1}^n t_i^{2m} = \sum_{i=1}^n y_i t_i^m, \end{cases} \quad (10.1)$$

где $t_i = i, i = 1, 2, \dots, n$ (n – число членов динамического ряда).

Например, для полинома первой степени (уравнение прямой) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ система уравнений (10.1) принимает вид

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i t_i. \end{cases} \quad (10.2)$$

Для кривой второго порядка $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ имеем

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i t_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2. \end{cases} \quad (10.3)$$

Разрешив систему уравнений (10.2) относительно параметров a_0 и a_1 , получим

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n t_i^2 - \sum_{i=1}^n t_i \sum_{i=1}^n y_i t_i}{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}; \quad a_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i t_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n t_i}{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}. \quad (10.4)$$

С целью упрощения нормальных уравнений и уменьшения абсолютных значений величин, которые участвуют в расчете, применяют следующий способ: начало координат переносят в середину динамического ряда. До переноса начала координат значения t_i были равны 1, 2, 3, ..., n , а после переноса $t_i = -(n-1)/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, (n-1)/2$ в том случае, когда число членов

ряда нечетное. Если же число членов ряда четное, то $t_i = -n + 1, -n + 3, \dots, -1, 1, 3, \dots, n - 1$. Следовательно, сумма $\sum_{i=1}^n t_i$ и все суммы $\sum_{i=1}^n t_i^m$, у которых m – нечетное число, равны нулю. Таким образом, системы уравнений (10.2) и (10.3) упрощаются и принимают вид, соответственно:

$$\begin{cases} na_0 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i t_i; \end{cases} \quad (10.5)$$

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i t_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2. \end{cases} \quad (10.6)$$

Пример 10.4. Необходимо определить основную тенденцию ряда динамики выпуска продукции (y), млн руб., за 2000–2014 гг. по следующим данным:

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
y	9,2	12,7	12,3	14,2	13,1	15,3	15,1	14,6
Год	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	
y	15,8	13,9	18,2	15,8	18,3	16,6	19,2	

Предположим, что тенденция описывается полиномом первой степени (уравнение прямой).

Решение

Представим вычисление параметров в табл. 10.5.

Таблица 10.5

Динамика выпуска продукции, определение параметров уравнения методом наименьших квадратов и расчет теоретических уровней линейного тренда

Год	Выпуск продукции y_t , млн руб.	Условное обозначение времени t	t^2	$y_t t$	Выравненные (теоретические) уровни ряда \hat{y}_t	$(y_t - \hat{y}_t)^2$
2000	9,2	1	1	9,2	11,4	4,84
2001	12,7	2	4	25,4	11,9	0,64
2002	12,3	3	9	36,9	12,4	0,01
2003	14,2	4	16	56,8	12,9	1,69
2004	13,1	5	25	65,5	13,4	0,09
2005	15,3	6	36	91,8	13,9	1,96
2006	15,1	7	49	105,7	14,4	0,49

Год	Выпуск продукции y_t , млн руб.	Условное обозначение времени t	t_t^2	$y_t t$	Выравненные (теоретические) уровни ряда \hat{y}_t	$(y_t - \hat{y}_t)^2$
2007	14,6	8	64	116,8	15,0	0,16
2008	15,8	9	81	142,2	15,5	0,09
2009	13,9	10	100	139,0	16,0	4,41
2010	18,2	11	121	200,2	16,5	2,89
2011	15,8	12	144	189,6	17,0	1,44
2012	18,3	13	169	237,9	17,5	0,64
2013	16,6	14	196	232,4	18,0	1,96
2014	19,2	15	225	288,0	18,5	0,49
Сумма	224,3	120	1240	1937,4	224,3	21,8

По формулам (10.4) получим искомые параметры:

$$a_0 = \frac{224,3 \cdot 1240 - 120 \cdot 1937,4}{15 \cdot 1240 - 120^2} = 10,86761905;$$

$$a_1 = \frac{15 \cdot 1937,4 - 224,3 \cdot 120}{15 \cdot 1240 - 120^2} = 0,510714286.$$

Уравнение запишется следующим образом:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t = 10,868 + 0,511t, \quad (10.7)$$

где $t = 1, 2, \dots, 15$.

Данное уравнение выражает тенденцию динамики выпуска продукции в 2000—2014 гг., т.е. в течение исследуемого периода выпуск продукции увеличивался в среднем на 0,511 млн руб. в год.

Подставляя в полученное уравнение значения $t = 1, 2, \dots, 15$, определим выравненные (теоретические) уровни ряда.

Результаты расчетов представлены на рис. 10.6.

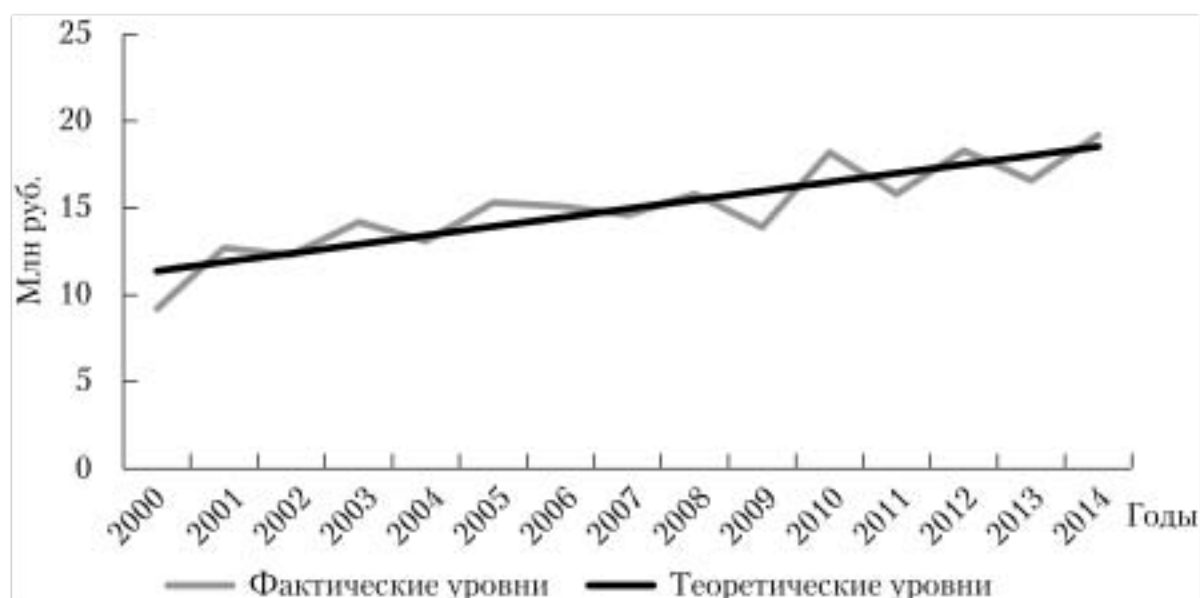


Рис. 10.6. Динамика выпуска продукции

Значения коэффициентов a_0 и a_1 в уравнении (10.7) подбирались так, что бы минимизировать сумму квадратов ошибок $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$. Сумма квадратов ошибок представлена в последнем столбце табл. 10.5 (она равна 21,8).

Расчет параметров уравнения может быть упрощен, если начало координат перенести в середину динамического ряда (табл. 10.6).

Таблица 10.6

Расчет при переносе начала координат

Год	Выпуск продукции y , млн руб.	Условное обозначение времени t	t^2	yt	Выравненные (теоретические) уровни ряда \hat{y}_j
2000	9,2	-7	49	-64,4	11,4
2001	12,7	-6	36	-76,2	11,9
2002	12,3	-5	25	-61,5	12,4
2003	14,2	-4	16	-56,8	12,9
2004	13,1	-3	9	-39,3	13,4
2005	15,3	-2	4	-30,6	13,9
2006	15,1	-1	1	-15,1	14,4
2007	14,6	0	0	0	15,0
2008	15,8	1	1	15,8	15,5
2009	13,9	2	4	27,8	16,0
2010	18,2	3	9	54,6	16,5
2011	15,8	4	16	63,2	17,0
2012	18,3	5	25	91,5	17,5
2013	16,6	6	36	99,6	18,0
2014	19,2	7	49	134,4	18,5
Сумма	224,3	0	280	143	224,3

Решим систему нормальных уравнений (10.5):

$$\begin{cases} 15a_0 = 224,3, \\ 280a_1 = 143. \end{cases}$$

Таким образом, $a_0 = 14,95333333$; $a_1 = 0,510714286$.

Уравнение запишется следующим образом:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t = 14,953 + 0,511t, \quad (10.8)$$

где $t = -7, -6, \dots, 0, 1, 2, \dots, 7$.

Обратим внимание, что теоретические (выровненные) уровни, рассчитанные в табл. 10.5 и 10.6, полностью совпадают. Коэффициент регрессии $a_1 = 0,511$ в уравнениях (10.7) и (10.8) одинаковый, так как данный коэффициент характеризует среднее годовое изменение выпуска продукции в 2000–2014 гг. Свободный член уравнений (параметр a_0) в уравнениях (10.7) и (10.8) различен, так как в этих двух случаях отсчет ведется от разного периода времени. Поэтому, записывая уравнение тренда, необходимо указывать, от какой временной точки ведется отсчет.

В приведенном выше примере мы не выделяли сезонную составляющую. В динамических рядах при рассмотрении квартальных или месячных данных многих социально-экономических явлений наряду со случайными колебаниями часто обнаруживаются определенные, постоянно повторяющиеся колебания, которые существенно не изменяются за длительный период времени. Они являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также ряда многочисленных разнообразных факторов, которые частично являются регулируемы.

Наблюдение за сезонными колебаниями имеет большое практическое значение. Такое наблюдение позволяет устранить сезонные колебания там, где они нежелательны (например, строительных рабочих можно более равномерно использовать в течение года), а кроме того, решить ряд практических задач (например, определить потребности в рабочей силе, оборудовании и сырье в тех отраслях, где велико влияние сезонности, учитывать сезонную составляющую при разработке смет, операционных и финансовых бюджетов на предприятиях).

При анализе динамических рядов, содержащих сезонную составляющую, ее выделяют из общей колеблемости уровней ряда и измеряют.

При оценке сезонной вариации может быть использован метод *скользящей средней*.

Пример 10.5 (аддитивная модель). На основании имеющихся данных об объеме продаж, млн руб., за последние 11 кварталов дадим прогноз на следующие два квартала, предположив наличие линейного тренда:

Квартал	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Объем продаж	4	5	5	6	8	9	8	10	11	13	15

Решение

Как отмечалось выше, для аддитивной модели амплитуда сезонных колебаний постоянна и не зависит от уровня тренда. Фактическое значение объема продаж (Y) равно:

$$Y = T + S + E,$$

где T – трендовое значение объема продаж; S – сезонная вариация; E – случайная вариация.

На первом этапе исследования необходимо оценить сезонную вариацию.

Для выявления сезонных колебаний обычно берут данные за несколько лет, распределенные по месяцам. Данные за несколько лет (обычно не менее трех) берутся для того, чтобы выявить устойчивую сезонную волну, на которой не отражались бы случайные условия одного года.

В нашем примере имеются данные только за 11 кварталов, что менее трех лет, и данные приводятся не по месяцам, а по кварталам. На данном простом примере рассмотрим методику прогнозирования, учитывая, что на практике желательно иметь больший массив данных.

Для оценки сезонных колебаний воспользуемся методом скользящей средней. При расчете скользящей средней в качестве периода выберем четыре квартала (по числу кварталов в году). Так как выбрано четное число членов ряда, а средняя может быть отнесена только к середине между двумя датами, находящимися в середине интервала сглаживания, то необходимо будет провести процедуру центрирования (табл. 10.7).

Таблица 10.7

Оценка сезонной вариации

Номер квартала	Объем продаж	Скользящие суммы за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной вариации
1	4	—	—	—	—
2	5	—	5 (20/4)	—	—
3	5	—	6 (24/4)	$5,5 \left(\frac{5+6}{2} \right)$	-0,5 (5 - 5,5)
4	6	20 (4 + 5 + 5 + 6)	7 (28/4)	$6,5 \left(\frac{6+7}{2} \right)$	-0,5 (6 - 6,5)
5	8	24 (5 + 5 + 6 + 8)	7,75 (31/4)	$\frac{7,375}{\left(\frac{7+7,75}{2} \right)}$	0,625
6	9	28 (5 + 6 + 8 + 9)	8,75 (35/4)	$\frac{8,25}{\left(\frac{7,75+8,75}{2} \right)}$	0,75
7	8	31 (6 + 8 + 9 + 8)	9,5 (38/4)	$\frac{9,125}{\left(\frac{8,75+9,5}{2} \right)}$	-1,125
8	10	35 (8 + 9 + 8 + 10)	10,5 (42/4)	$10 \left(\frac{9,5+10,5}{2} \right)$	0
9	11	38 (9 + 8 + 10 + 11)	12,25 (49/4)	$\frac{11,375}{\left(\frac{10,5+12,25}{2} \right)}$	-0,375
10	13	42 (8 + 10 + 11 + 13)	—	—	—
11	15	49 (10 + 11 + 13 + 15)	—	—	—

Для каждого квартала рассчитаем среднюю величину сезонной вариации (табл. 10.8).

Таблица 10.8

Определение скорректированной сезонной вариации

	Номер квартала в году				Сумма
	1	2	3	4	
			-0,5	-0,5	
	0,625	0,75	-1,125	0	
	-0,375				
Среднее	0,125	0,75	-0,8125	-0,25	-0,1875
Скорректированная сезонная вариация	0,171875	0,796875	-0,765625	-0,203125	0

Сумма чисел в строке «Среднее» равна $-0,1875$. В последней строке табл. 10.9 представлены скорректированные значения (таким образом, чтобы общая сумма была равна нулю). Это необходимо, чтобы усреднить значения сезонной вариации в целом за год. Корректирующий фактор вычисляется путем деления суммы оценок сезонных вариаций на число кварталов в году ($\frac{-0,1875}{4} = -0,046875$).

На следующем этапе необходимо провести десеонализацию данных. Из фактических данных исключим сезонную вариацию, что представлено в табл. 10.9. Скорректированная сезонная вариация округлена до десятых.

Таблица 10.9

Определение десеонализированного объема продаж

Номер квартала	Фактический объем продаж	Сезонная вариация	Десеонализированный объем продаж
1	4	0,2	3,8
2	5	0,8	4,2
3	5	-0,8	5,8
4	6	-0,2	6,2
5	8	0,2	7,8
6	9	0,8	8,2
7	8	-0,8	8,8
8	10	-0,2	10,2
9	11	0,2	10,8
10	13	0,8	12,2
11	15	-0,8	15,8

Построим уравнение тренда с помощью модели линейной регрессии (табл. 10.10).

Промежуточные расчеты для определения уравнения тренда

i	Номер квартала t_i	Десезонализированный объем продаж y_i	$y_i t_i$	t_i^2
1	1	3,8	3,8	1
2	2	4,2	8,4	4
3	3	5,8	17,4	9
4	4	6,2	24,8	16
5	5	7,8	39	25
6	6	8,2	49,2	36
7	7	8,8	61,6	49
8	8	10,2	81,6	64
9	9	10,8	97,2	81
10	10	12,2	122	100
11	11	15,8	173,8	121
Сумма	66	93,8	678,8	506

Имеем

$$a_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i t_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n t_i}{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2} = \frac{11 \cdot 678,8 - 66 \cdot 93,8}{11 \cdot 506 - 66^2} = 1,054;$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a_1 \sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{93,8 - 1,054 \cdot 66}{11} = 2,203.$$

Итак, трендовое значение объема продаж $T = 2,203 + 1,054t$, где t – номер квартала.

Используя метод экстраполяции (предполагая, что тенденция, выявленная по прошлым данным, сохранится и в ближайшее время), дадим прогноз объема продаж на ближайшие два квартала. Подставляя номер квартала в уравнение тренда, получим трендовое значение объема продаж и к нему прибавим сезонную вариацию.

Прогноз объема продаж в 12-м квартале:

$$2,203 + 1,054 \cdot 12 + (-0,2) = 14,651 \text{ (млн руб.)}.$$

Прогноз объема продаж в 13-м квартале:

$$(2,203 + 1,054 \cdot 13) + 0,2 = 16,105 \text{ (млн руб.)}.$$

Напомним, что важным этапом прогнозирования является расчет ошибок, которое позволит сделать вывод о точности прогноза.

Пример 10.6 (мультипликативная модель). На основании имеющихся данных об объеме продаж, млн руб., за последние 11 кварталов дадим прогноз на следующие два квартала, предположив наличие линейного тренда.

Квартал	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Объем продаж	63	75	80	110	66	78	90	118	68	79	92

Решение

Мультипликативные модели применяются в случаях, когда размах сезонных колебаний изменяется во времени пропорционально трендовому значению, т.е. вариация увеличивается с возрастанием значений тренда.

Фактическое значение объема продаж Y равно

$$Y = TSE,$$

где T – трендовое значение объема продаж; S – сезонная вариация; E – случайная вариация.

Для оценки сезонных колебаний, как и в предыдущем примере, воспользуемся методом скользящей средней (табл. 10.11).

Таблица 10.11

Оценка сезонной вариации

Номер квартала	Объем продаж	Скользящие суммы за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной вариации
1	63				
2	75				
			82 (328/4)		
3	80			82,375	0,971 (80/82,375)
			82,75 (331/4)		
4	110	328 (63 + 75 + 80 + 110)		83,125	1,323 (110/83,125)
			83,5 (334/4)		
5	66	331 (75 + 80 + 110 + 66)		84,74	0,779 (66/84,74)
			86 (344/4)		
6	78	334 (80 + 110 + 66 + 78)		87	0,897 (78/87)
			88 (352/4)		
7	90	344 (110 + 66 + 78 + 90)		88,25	1,022 (90/88,25)
			88,5 (354/4)		
8	118	352 (66 + 78 + 90 + 118)		88,625	1,331 (118/88,625)

Окончание табл. 10.11

Номер квартала	Объем продаж	Скользящие суммы за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной вариации
			88,75 (355/4)		
9	68	354 (78 + 90 + 118 + 68)		89	0,764 (68/89)
			89,25 (357/4)		
10	79	355 (90 + 118 + 68 + 79)			
11	92	357 (118 + 68 + 79 + 92)			

Для каждого квартала рассчитаем среднюю величину сезонной вариации (табл. 10.12).

Таблица 10.12

Определение скорректированной сезонной вариации

	Номер квартала в году				Сумма
	1	2	3	4	
			0,971	1,323	
	0,779	0,897	1,022	1,331	
	0,764				
Среднее	0,7715	0,897	0,9965	1,327	3,992
Скорректированная сезонная вариация	0,773	0,899	0,998	1,330	4

Сумма чисел в строке «Среднее» равна 3,992. В последней строке табл. 10.12 представлены скорректированные значения (таким образом, чтобы общая сумма была равна четырем, так как значения сезонной вариации – это доли, число сезонов равно четырем). Корректирующий фактор: $\frac{4}{3,992}$ (итоговые коэффициенты сезонности умножаем на этот множитель).

На следующем этапе необходимо провести десезонализацию данных. Из фактических данных исключим сезонную вариацию. Десезонализированный объем продаж получаем путем деления фактического объема продаж на индекс сезонности (табл. 10.13). Скорректированная сезонная вариация округлена до десятых.

Таблица 10.13

Определение десезонализированного объема продаж

Номер квартала	Фактический объем продаж	Коэффициент сезонности	Десезонализированный объем продаж
1	63	0,773	81,5
2	75	0,899	83,4

Окончание табл. 10.13

Номер квартала	Фактический объем продаж	Коэффициент сезонности	Десезонализированный объем продаж
3	80	0,998	80,2
4	110	1,330	82,7
5	66	0,773	85,4
6	78	0,899	86,8
7	90	0,998	90,2
8	118	1,330	88,7
9	68	0,773	88,0
10	79	0,899	87,9
11	92	0,998	92,2

Построим уравнение тренда с помощью модели линейной регрессии (табл. 10.14).

Таблица 10.14

Промежуточные расчеты для определения уравнения тренда

i	Номер квартала t_i	Десезонализированный объем продаж y_i	$y_i t_i$	t_i^2
1	1	81,5	81,5	1
2	2	83,4	166,8	4
3	3	80,2	240,6	9
4	4	82,7	330,8	16
5	5	85,4	427	25
6	6	86,8	520,8	36
7	7	90,2	631,4	49
8	8	88,7	709,6	64
9	9	88	792	81
10	10	87,9	879	100
11	11	92,2	1014,2	121
Сумма	66	947	5793,7	506

Тогда

$$a_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i t_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n t_i}{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2} = \frac{11 \cdot 5793,7 - 66 \cdot 947}{11 \cdot 506 - 66^2} = 1,015;$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a_1 \sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{947 - 1,015 \cdot 66}{11} = 80.$$

Итак, трендовое значение объема продаж $T = 80 + 1,015t$, где t — номер квартала.

Используя метод экстраполяции, дадим прогноз объема продаж на ближайшие два квартала. Подставляя номер квартала в уравнение тренда, получим трендовое значение объема продаж и умножим его на коэффициент сезонности.

Прогноз объема продаж в 12-м квартале:

$$(80 + 1,015 \cdot 12) \cdot 1,33 = 122,6 \text{ (млн руб.)}$$

Прогноз объема продаж в 13-м квартале:

$$(80 + 1,015 \cdot 13) \cdot 0,773 = 72,04 \text{ (млн руб.)}$$

10.2. Адаптивное моделирование динамических рядов

При использовании трендовых моделей в прогнозировании предполагается, что основные факторы и тенденции прошлого периода сохраняются на период прогноза или что можно обосновать и учесть направление их изменений в перспективе. Однако в настоящее время социально-экономические процессы как на микроуровне, так и на макроуровне очень динамичны. Это ведет к тому, что исследователь имеет дело с новыми явлениями и короткими временными рядами. Если при построении трендовых моделей (см. параграф 10.1) все данные (и поздние, и ранние) были равноправны, то в быстроменяющейся среде устаревшие данные при моделировании часто оказываются бесполезными и даже вредными. Более правильным представляется способ, в котором данным приписываются веса: более поздним данным придается больший вес, чем более ранним.

Важную роль в деле совершенствования прогнозирования играют адаптивные модели, цель использования которых заключается в построении самонастраивающихся моделей, способных учитывать информационную ценность различных членов временного ряда и давать достаточно точные оценки будущих членов ряда.

Адаптивные модели прогнозирования — это модели, способные приспособливать свою структуру и параметры к изменению условий.

Общая схема построения адаптивных моделей может быть представлена следующим образом. По нескольким первым уровням ряда оцениваются значения параметров модели. По имеющейся модели строится прогноз на один шаг вперед, причем его отклонение от фактических уровней ряда расценивается как ошибка прогнозирования, которая учитывается в соответствии со схемой корректировки модели. Далее по модели со скорректированными параметрами рассчитывается прогнозная оценка на следующий момент времени и т.д. Таким образом, модель постоянно учитывает новую информацию и к концу периода обучения отражает тенденцию развития процесса, существующую в данный момент.

В основе адаптивного направления лежит простейшая модель экспоненциального сглаживания. Обобщение данной модели привело к появлению целого семейства адаптивных моделей.

Отметим, что данный метод обеспечивает быстрое получение прогноза на один период вперед и автоматически корректирует любой прогноз в свете различий между фактическими и спрогнозированными данными.

Экспоненциальное сглаживание исходного временного ряда осуществляется по формуле

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t,$$

где F_{t+1} — новый прогноз на период $(t + 1)$; F_t — прогноз в последний период t ; Y_t — фактический результат в последний период t ; α — параметр сглаживания.

Константу сглаживания α исследователь выбирает из отрезка $[0; 1]$. В условиях стабильности часто $\alpha \in [0,2; 0,4]$.

Рассмотрим использование простой модели экспоненциального сглаживания на конкретном примере.

Пример 10.7. На основании имеющихся данных об объеме продаж за последние 11 кварталов, заданных в примере 10.5, дадим прогноз на 12-й квартал. Предположим, что на первый квартал был дан прогноз объема продаж, равный 3 млн руб. ($F_1 = 3$). Пусть $\alpha = 0,8$.

Решение

Рассчитаем прогнозы объема продаж на кварталы со 2-го по 12-й (для удобства округляя до 2-го знака после запятой):

$$F_2 = \alpha Y_1 + (1 - \alpha)F_1 = 0,8 \cdot 4 + (1 - 0,8) \cdot 3 = 3,8;$$

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)F_2 = 0,8 \cdot 5 + (1 - 0,8) \cdot 3,8 = 4,76;$$

$$F_4 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha)F_3 = 0,8 \cdot 5 + (1 - 0,8) \cdot 4,76 = 4,95;$$

$$F_5 = \alpha Y_4 + (1 - \alpha)F_4 = 0,8 \cdot 6 + (1 - 0,8) \cdot 4,95 = 5,79;$$

$$F_6 = \alpha Y_5 + (1 - \alpha)F_5 = 0,8 \cdot 8 + (1 - 0,8) \cdot 5,79 = 7,56;$$

$$F_7 = \alpha Y_6 + (1 - \alpha)F_6 = 0,8 \cdot 9 + (1 - 0,8) \cdot 7,56 = 8,71;$$

$$F_8 = \alpha Y_7 + (1 - \alpha)F_7 = 0,8 \cdot 8 + (1 - 0,8) \cdot 8,71 = 8,14;$$

$$F_9 = \alpha Y_8 + (1 - \alpha)F_8 = 0,8 \cdot 10 + (1 - 0,8) \cdot 8,14 = 9,63;$$

$$F_{10} = \alpha Y_9 + (1 - \alpha)F_9 = 0,8 \cdot 11 + (1 - 0,8) \cdot 9,63 = 10,73;$$

$$F_{11} = \alpha Y_{10} + (1 - \alpha)F_{10} = 0,8 \cdot 13 + (1 - 0,8) \cdot 10,73 = 12,54;$$

$$F_{12} = \alpha Y_{11} + (1 - \alpha)F_{11} = 0,8 \cdot 15 + (1 - 0,8) \cdot 12,54 = 14,51.$$

Результаты расчетов сведем в табл. 10.15.

Таблица 10.15

Прогноз объема продаж (простая модель экспоненциального сглаживания)

Квартал (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Фактический объем продаж (Y_t)	4	5	5	6	8	9	8	10	11	13	15	—
Прогноз объема продаж (F_t)	3	3,8	4,76	4,95	5,79	7,56	8,71	8,14	9,63	10,73	12,54	14,51

Таким образом, прогноз объема продаж на 12-й квартал – 14,51 млн руб.

На рис. 10.7 представлены фактический объем продаж и прогноз объема продаж методом простого экспоненциального сглаживания. Также на данный график нанесены данные, полученные в примере 10.5 методом скользящей средней. Очевидно, что при использовании метода скользящей средней все данные (и поздние, и ранние) равноправны. При использовании простой модели экспоненциального сглаживания более поздним данным придается больший вес, чем более ранним. Например, прогноз на 7-й квартал оказался выше, чем фактически полученный результат. Данное различие между фактическим и спрогнозированным результатом было учтено при прогнозе на 8-й квартал. При превышении фактического результата над спрогнозированным также проводится корректировка. Таким образом, если бы более поздним данным не придавался больший вес, то прогноз на 12-й квартал оказался бы в нашем примере ниже, чем был дан с использованием метода простого экспоненциального сглаживания (начиная с 8-го квартала фактические объемы продаж превосходили спрогнозированные, и в связи с этим проводилась корректировка в сторону повышения прогнозного значения).

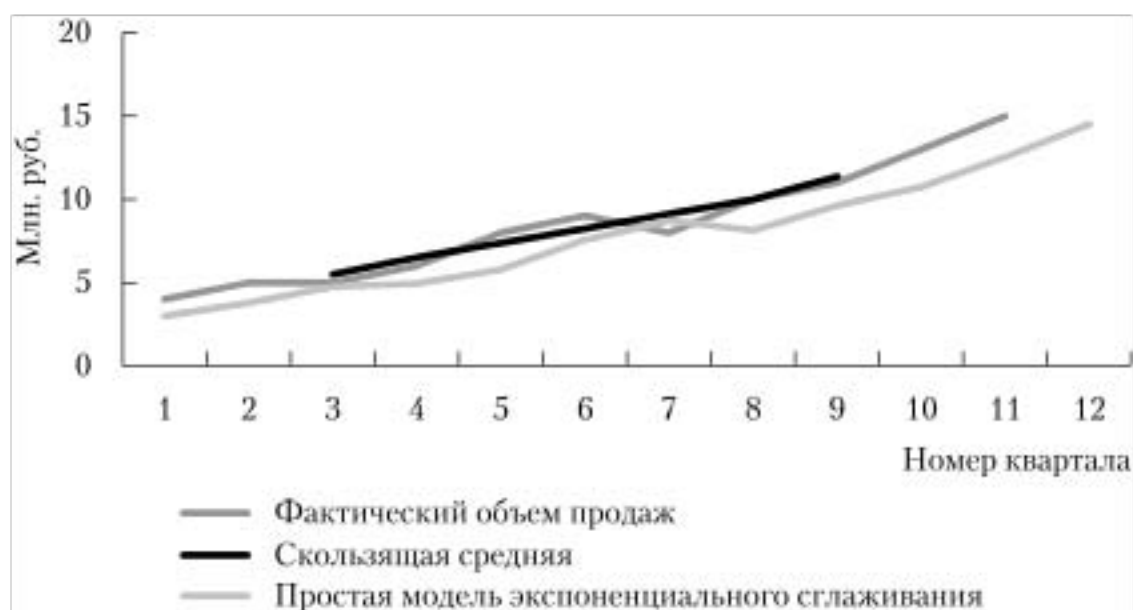


Рис. 10.7. Прогноз объема продаж (простая модель экспоненциального сглаживания)

Контрольные вопросы и задания

1. Назовите известные вам модели прогнозирования и укажите их особенности.
2. Назовите предпосылки хорошего прогноза.
3. Какие факторы необходимо принимать во внимание при выборе техники прогнозирования?
4. В чем заключается сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней?
5. Назовите основные компоненты динамического ряда.
6. Дайте определение тренда?
7. Что понимается под десезонализацией данных?
8. Какие методы выявления сезонной компоненты вы знаете?
9. В чем состоит особенность адаптивных методов прогнозирования?
10. Каким образом осуществляется экспоненциальное сглаживание динамического ряда?

Практикум

Задания к главе 2

Задания для самостоятельной работы

Задание 2.1. По своему усмотрению выберите единицу статистического наблюдения и назовите основные характеризующие ее признаки. Какие из названных вами признаков являются качественными, какие — количественными?

Задание 2.2. Найдите на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru) и выпишите статистические показатели по нескольким качественным и количественным признакам.

Задание 2.3. Найдите на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru) и выпишите статистические показатели по нескольким количественным прерывным и непрерывным признакам.

Задание 2.4. Используя информацию, размещенную на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru), выпишите данные, характеризующие:

- численность населения;
- численность безработных;
- удельный вес работников организаций, занятых во вредных и (или) опасных условиях труда;
- наличие основных фондов;
- оборот розничной торговли;
- поступление налогов, сборов и иных обязательных платежей в консолидированный бюджет Российской Федерации.

Какие из рассмотренных количественных признаков являются прерывными, какие — непрерывными?

Задание 2.5. На оптовую торговую базу поступила партия товара. Проверка качества товара осуществлялась следующим образом: было отобрано в случайном порядке 15% из всей партии товаров, далее качество отобранных для обследования единиц товара определялось и фиксировалось путем тщательного осмотра каждой единицы товара. К какому виду наблюдения (и по каким признакам) можно отнести это обследование?

Задание 2.6. Приведите перечень показателей, которыми можно было бы при статистическом обследовании полно охарактеризовать следующие явления:

- а) рынок труда;
- б) финансы организаций;
- в) государственные финансы;
- г) внешнюю торговлю.

Для этой цели используйте данные, размещенные на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru).

Задание 2.7. В эксперименте получены данные результатов прыжка вверх с места спортсменов-баскетболистов (65 чел.), см: 59, 48, 53, 47, 57, 64, 62, 62, 65, 57, 57, 81, 83, 48, 65, 76, 53, 61, 60, 37, 51, 51, 63, 81, 60, 77, 71, 57, 82, 66, 54, 47, 61, 76, 50, 57, 58, 52, 57, 40, 53, 66, 71, 61, 61, 55, 73, 50, 70, 59, 50, 59, 83, 69, 67, 66, 47, 56, 60, 43, 54, 47, 81, 76, 69. Используя эти данные, осуществите группировку данных, выделив семь групп с равными интервалами. Сделайте выводы.

Методические рекомендации.

1. Определите максимальное и минимальное значение признака; их разность.
2. Определите величину интервала группировки.
3. Постройте интервальный ряд распределения.

Задание 2.8. Определите, к каким группировочным признакам — атрибутивным или количественным — относятся:

- а) возраст человека;
- б) национальность;
- в) балл успеваемости;
- г) доход сотрудника фирмы;
- д) форма собственности.

Какие из количественных признаков являются прерывными, а какие непрерывными?

Задание 2.9. Осуществите вторичную группировку городского населения региона России по возрасту в заданных интервалах. Исходные данные:

Все население	100%
в том числе в возрасте, лет:	
0–5	4,0%
5–10	6,0%
10–20	10,0%
20–30	20,0%
30–45	22,0%
45–70	28,0%
70 и более	10,0%

Требуемая группировка:

Население всего, %	в том числе в возрасте, лет					
	до 15	15–25	25–35	35–45	45–65	65 и более
100						

Методические рекомендации.

1. Определите, какие группы необходимо объединить, какие — расцепить.
2. Проведите перегруппировку.

Задание 2.10. Известны данные о начисленной заработной плате служащим структурного подразделения:

- 7000 руб. — 5 чел.;
- 12 000 руб. — 8 чел.;
- 25 000 руб. — 7 чел.;
- 35 000 руб. — 20 чел.;
- 40 000 руб. — 35 чел.;
- 48 000 руб. — 33 чел.;
- 52 000 руб. — 32 чел.;
- 64 000 руб. — 27 чел.;
- 72 000 руб. — 24 чел.;
- 78 000 руб. — 9 чел.

Проведите группировку служащих, установив четыре группы с равными интервалами.

Методические рекомендации.

1. Определите максимальное и минимальное значения признака; их разность.
2. Определите величину интервала группировки.
3. Постройте интервальный ряд распределения.
4. Сделайте выводы.

Тесты для самоконтроля

2.1. Под объектом статистического наблюдения понимается:

- а) единица наблюдения;
- б) статистическая совокупность;
- в) единица статистической совокупности;
- г) совокупность признаков изучаемого явления.

2.2. Ошибки статистического наблюдения могут быть:

- а) только случайными;
- б) случайными и систематическими;
- в) только ошибками репрезентативности.

2.3. Под сроком статистического наблюдения понимается:

- а) время, в течение которого заполняются статистические формуляры;
- б) время, в течение которого обучается кадровый состав для проведения наблюдения;
- в) время, в течение которого обрабатывается полученный в ходе наблюдения материал.

2.4. Источником информации при проведении опроса является:

- а) различные документы;
- б) слова респондентов;
- в) штат добровольных корреспондентов;
- г) анкеты.

2.5. При методе основного массива подвергаются наблюдению следующие единицы совокупности:

- а) все единицы совокупности;

- б) самые существенные, наиболее крупные единицы совокупности, имеющие по основному признаку наибольший удельный вес в совокупности;
- в) самые существенные, наиболее мелкие единицы совокупности, имеющие по основному признаку наименьший удельный вес в совокупности;
- г) отдельные единицы совокупности, представители новых явлений.

2.6. При проведении монографического обследования подвергаются обследованию следующие единицы совокупности:

- а) все без исключения единицы совокупности;
- б) самые существенные, наиболее крупные единицы совокупности, имеющие по основному признаку наибольший удельный вес в совокупности;
- в) отдельные единицы совокупности, представители новых явлений.

2.7. Ошибки репрезентативности возникают при следующем виде статистического наблюдения:

- а) только при сплошном наблюдении;
- б) только при несплошном наблюдении;
- в) как при сплошном, так и при несплошном наблюдении.

2.8. Перепись населения — это:

- а) единовременное, специально организованное, сплошное наблюдение;
- б) периодическое, специально организованное, сплошное наблюдение;
- в) периодическое, регистрационное, сплошное наблюдение;
- г) периодическое, специально организованное, несплошное наблюдение.

2.9. Расхождение между расчетными и действительными значениями изучаемых величин называется:

- а) ошибкой наблюдения;
- б) ошибкой регистрации;
- в) ошибкой репрезентативности.

2.10. На оптовую торговую базу поступила партия товара. Проверка качества данного товара проводилась следующим образом: в случайном порядке из партии было отобрано 15% всего товара и путем тщательного осмотра каждой единицы товара определялось и фиксировалось его качество. Укажите, к какому виду наблюдения (и по каким признакам) можно отнести это обследование партии товара.

1. По охвату единиц совокупности:

- а) бизнес-исследование;
- б) метод основного массива;
- в) выборочное.

2. С точки зрения получения фактов:

- а) способ непосредственного наблюдения;
- б) документальный способ;
- в) опрос.

2.11. Производится статистическое наблюдение. Ответы на вопросы формуляра наблюдения записываются на основании документов, содержащих соответствующие сведения. Такого рода наблюдение называется:

- а) способ непосредственного наблюдения;
- б) документальный способ;
- в) опрос.

2.12. Редакция журнала, желая выяснить мнение читателей о журнале и их пожелания по его улучшению, разослала читателям анкету с просьбой ответить на содержащиеся в ней вопросы и возвратить ее в редакцию. Такой способ сбора сведений называется в статистике:

- а) экспедиционный;
- б) анкетный;
- в) корреспондентский;
- г) способ саморегистрации.

2.13. Группировка — это:

- а) упорядочение единиц совокупности по признаку;
- б) разбивка единиц совокупности на группы по признаку;
- в) обобщение единичных фактов.

2.14. Группировка, построенная по двум признакам, называется:

- а) рядом распределения;
- б) простой;
- в) комбинационной.

2.15. В основание группировки может быть положен:

- а) качественный признак;
- б) количественный признак;
- в) как качественный, так и количественный признак.

2.16. Ряд распределения, построенный по качественному признаку, называется:

- а) атрибутивным;
- б) дискретным;
- в) вариационным.

2.17. При непрерывной вариации признака целесообразно построить:

- а) атрибутивный ряд распределения;
- б) дискретный ряд распределения;
- в) интервальный ряд распределения.

2.18. Дан ряд распределения численности безработных в регионе по возрастным группам:

Безработные всего, %	в том числе в возрасте, лет					
	15–20	20–29	30–39	40–49	50–59	60–72
100	9,5	35,5	19,3	22,2	12,2	1,3

Охарактеризуйте его вид:

- а) дискретный вариационный;
- б) интервальный вариационный;
- в) атрибутивный.

2.19. Представлен макет статистической таблицы, характеризующей группировку промышленных предприятий региона по среднегодовой стоимости основных средств:

Среднегодовая стоимость основных средств, млн руб.	Число предприятий	Объем выпускаемой продукции, млн руб.		Численность промышленно-производственного персонала, чел.	
		всего	в среднем на одно предприятие	всего	в среднем на одно предприятие
10,0–12,0					
12,0–14,0					
14,0–16,0					
Итого					

Какой вид группировки отражает данный макет:

- а) типологическую;
- б) структурную;
- в) аналитическую.

2.20. Распределение семей сотрудников фирмы по количеству детей характеризуется следующими данными:

Число детей в семье	Число семей сотрудников по подразделениям		
	первое	второе	третье
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	—
4	1	—	1

Определите вид ряда распределения:

- а) дискретный вариационный;
- б) интервальный вариационный;
- в) атрибутивный.

Задания к главе 3

Задания для самостоятельной работы

Задание 3.1. По данным статистических ежегодников, периодической печати, информации, размещенной на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru), подберите примеры простых, групповых и комбинационных таблиц.

Задание 3.2. Разработайте макет таблицы, характеризующей распределение занятого населения по видам экономической деятельности на основной работе, дайте заголовок таблице. Укажите:

- к какому виду таблицы относится макет;

- его подлежащее и сказуемое;
- признак группировки подлежащего.

Задание 3.3. Разработайте макет таблицы, характеризующей зависимость доходности акций компании от среднерыночной доходности, дайте заголовок таблице. Укажите:

- к какому виду таблицы относится макет;
- его подлежащее и сказуемое.

Задание 3.4. Информация о затратах детско-юношеской спортивной школы, тыс. руб., представлена в таблице.

	2013 г.	2014 г.
Оплата труда	792	965
Арендная плата	1299,7	1150
Спортивные мероприятия	1614	1204
Приобретения	313	62
Итого:	4018,7	3381

Какие графики являются наиболее предпочтительными для графического изображения структуры совокупности? Постройте график и обоснуйте выбор данного вида графика.

Задание 3.5. По данным статистических ежегодников, периодической печати, информации, размещенной на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru), подберите примеры аналитических группировок. Постройте графики, характеризующие взаимосвязи между показателями.

Задание 3.6. Разработайте макет таблицы, характеризующей структуру и динамику внешнеторгового оборота России. Дайте заголовок таблицы. Укажите:

- к какому виду таблицы относится макет;
- его подлежащее и сказуемое.

Заполните таблицу (необходимая информация размещена на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru)).

Задание 3.7. Определите, к какому виду относится приведенная ниже таблица, укажите ее подлежащее и сказуемое. Изобразите изменение структуры бюджета. Обоснуйте выбор вами вида графика.

**Бюджет Министерства спорта, туризма и молодежной политики
Российской Федерации на 2012–2014 гг., тыс. руб.**

	2012 г.	2013 г.	2014 г.
Физическая культура и спорт	41 565 282,4	39 381 426,6	27 403 751,4
Массовый спорт	14 182 051,2	8 599 505,9	7 139 265,4
Спорт высших достижений	25 505 914,3	28 867 645,3	19 285 682,7
Прикладные научные исследования в области физической культуры и спорта	349 700,4	437 520,6	439 308,1
Другие вопросы в области физической культуры и спорта	1 527 616,5	1 476 754,8	539 495,2

Задание 3.8. Имеются данные о структуре капитала компании:

Источники финансирования активов компании, млн руб.

	01.01.2012	01.01.2013	01.01.2014
Собственный капитал	5,967	12,243	22,997
Долгосрочные обязательства	122,413	122,978	147,855
Краткосрочные обязательства	139,226	106,242	48,595

Постройте диаграммы, характеризующие структуру капитала. Укажите, к какому виду графиков они относятся.

Задание 3.9. Имеются данные о количестве организаций, выполнявших научные исследования и разработки:

Число организаций, выполнявших научные исследования и разработки, по типам

	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.
Число организаций всего	3957	3666	3536	3492	3682	3566
в том числе:						
научно-исследовательские организации	2036	1926	1878	1840	1782	1725
конструкторские бюро	497	418	377	362	364	340
проектные и проектно-изыскательские организации	49	42	36	36	38	33
опытные заводы	60	58	57	47	49	60
образовательные учреждения высшего образования	500	503	506	517	581	560
промышленные организации, имевшие научно-исследовательские, проектно-конструкторские подразделения	265	239	228	238	280	274
Прочие	550	480	454	452	588	574

Определите, к какому виду относится данная таблица, укажите ее подлежащее и сказуемое.

Постройте график и охарактеризуйте динамику показателя. Какие изменения произошли в структуре за исследуемый период времени?

Задание 3.10. По данным статистических ежегодников, периодической печати, информации, размещенной на сайте Федеральной службы государственной статистики (www.gks.ru), подберите примеры диаграмм, картограмм и картодиаграмм.

Тесты для самоконтроля

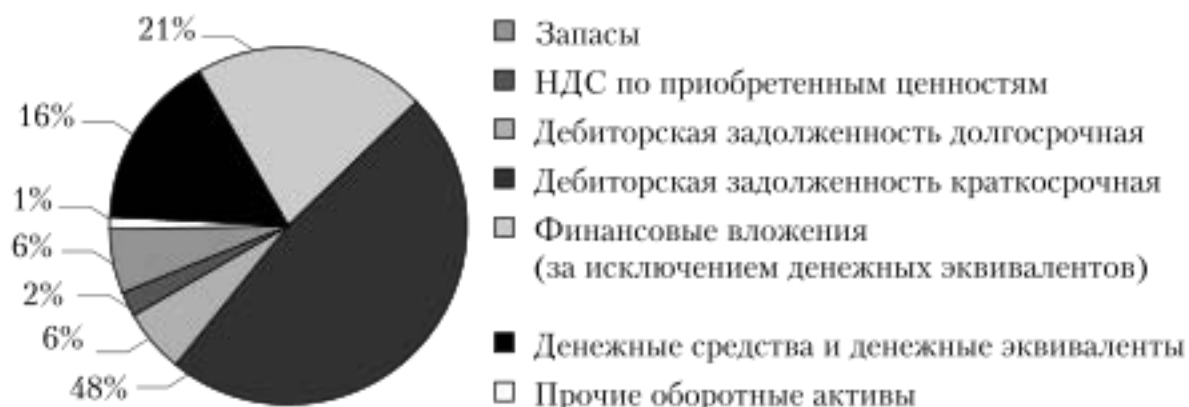
3.1. Статистической таблицей является:

а) таблица расписания поездов;

- б) таблица квадратов;
в) таблица, в которой обобщаются результаты финансовой работы банка.

3.2. Дано следующее графическое изображение:

Структура оборотных активов ООО «XYZ»



Оно относится к следующему виду статистических графиков:

- а) секторная диаграмма;
б) картограмма;
в) линейная диаграмма;
г) картодиаграмма.

3.3. Известна динамика числа родившихся в целом по стране. Выберите подходящее графическое изображение этого процесса:

- а) секторная диаграмма;
б) картограмма;
в) линейная диаграмма;
г) картодиаграмма.

3.4. Дано следующее графическое изображение:

**Уровень безработицы по методологии МОТ
(в % от экономически активного населения)**



Оно относится к следующему виду статистических графиков:

- а) линейные;
б) полосовые;
в) столбиковые.

3.5. Дана следующая таблица:

Валовое производство электроэнергии, ТВт-ч, 2013 г.

Атомные электростанции	149
Тепловые электростанции	629
Гидроэлектростанции	175
Всего	953

Определите, к какому виду она относится:

- а) простая;
- б) групповая;
- в) комбинационная.

3.6. Незаполненная цифрами статистическая таблица — это:

- а) подлежащее таблицы;
- б) макет таблицы;
- в) сказуемое таблицы.

3.7. Экспликация графика — это:

- а) геометрические знаки, с помощью которых изображаются статистические данные;
- б) словесное описание содержания графика;
- в) место, на котором выполняется график.

3.8. Место, на котором выполняется график, — это:

- а) графический образ;
- б) экспликация графика;
- в) поле графика.

3.9. Дана следующая таблица:

Распределение коммерческих банков РФ по величине уставного капитала

Уставный капитал, млрд руб.	Количество банков	
	на начало года	на конец года
До 10		
10–15		
15–20		
20–25		
25 и выше		
Итого:		

Определите, к какому виду таблиц по разработке подлежащего она относится:

- а) простая;
- б) групповая;
- в) комбинационная.

3.10. Изобразить графически структуру явления можно с помощью:

- а) секторных диаграмм;
- б) картограмм;
- в) линейных диаграмм;
- г) картодиаграмм.

Задания к главе 4

Задания для самостоятельной работы

Задание 4.1. По имеющимся данным об экспорте и импорте России, млрд долл., вычислите относительные показатели структуры и координации в каждом году.

Год	2009	2010	2011
Экспорт	303,4	400,4	522,0
Импорт	191,8	248,7	323,8

Методические рекомендации.

1. Определите показатели структуры внешнеторгового оборота каждого года. Для этого:

- определите внешнеторговый оборот России для каждого года (внешнеторговый оборот представляет собой сумму экспорта и импорта);
- рассчитайте удельный вес экспорта и импорта во внешнеторговом обороте в каждом году.

2. Определите показатели координации каждого года. Для этого:

• определите, какую часть вы выбираете в качестве базы сравнения. Обычно в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения;

- рассчитайте, во сколько раз одна составляющая внешнеторгового оборота превосходит другую его часть, выбранную вами в качестве базы сравнения (или какую часть от нее составляет).

Задание 4.2. По имеющимся данным численности экономически активного населения России в среднем за год, тыс. чел., вычислите относительные показатели динамики.

Год	2009	2010	2011	2012
Численность экономически активного населения	75 694,2	75 477,9	75 779,0	75 676,1

Методические рекомендации.

1. Определите базисные относительные показатели динамики (в качестве базы должна быть принята среднегодовая численность экономически активного населения России в 2009 г.).

2. Определите ценные относительные показатели динамики.

Задание 4.3. ВВП России в текущих ценах в 2013 г. превысил показатель предыдущего года на 4878,3 млрд руб. и составил 66 689,1 млрд руб. Определите относительный показатель динамики.

Методические рекомендации.

1. Определите размер ВВП России в текущих ценах в 2012 г.
2. Определите относительный показатель динамики.

Задание 4.4. Число родившихся в Российской Федерации в 2012 г. составило 1 902 084 чел. Среднегодовая численность населения Российской Федерации в 2012 г. составляла 142,95 млн чел. Определите число родившихся в среднем на тысячу человек. К какому виду относительных величин относится найденный показатель? В каких единицах он измеряется?

Методические рекомендации.

1. Определите число родившихся на тысячу человек в России в 2012 г.
2. Изучите, в каких единицах измеряются относительные показатели в зависимости от того, какое числовое значение имеет база сравнения. Назовите, какое число имеет база сравнения в рассматриваемом примере, и исходя из этого определите единицу измерения найденного вами относительного показателя.
3. Изучите назначение и методику расчета различных видов относительных показателей. Определите, к какой группе показателей относится рассчитанный вами относительный показатель.

Задание 4.5. Годовым планом определен рост товарооборота фирмы – 105% к базисному году. Фактический прирост составил 8%. Определите величину выполнения фирмой годового плана товарооборота.

Методические рекомендации.

1. Определите относительный показатель динамики товарооборота фирмы.
2. Определите относительный показатель выполнения плана.

Задание 4.6. На основе данных о структуре ВВП России по видам первичных доходов в 2012 г. определите абсолютные значения отдельных составляющих ВВП.

Показатель	Удельный вес, %	Абсолютные значения в текущих ценах, млрд руб.
Валовой внутренний продукт	100,0	66 689,1
в том числе:		
оплата труда наемных работников, включая скрытые оплаты труда и смешанные доходы	52,0	
чистые налоги на производство и импорт	19,2	
валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	28,8	

Методические рекомендации.

1. Выясните, к какому виду показателей относятся показатели, приведенные в таблице. Вспомните методику их расчета.
2. Определите абсолютные значения отдельных составляющих ВВП.

Задание 4.7. Фирма превысила план продаж на 15%, при этом ее выручка за год составила 782 млн руб. Определите, каков должен бы быть объем выручки по плану.

Методические рекомендации.

1. Определите относительный показатель выполнения плана.
2. Определите объем выручки по плану.

Задание 4.8. По данным о среднегодовой численности безработных в России в 2012 г., тыс. чел., вычислите относительные показатели структуры и координации.

Российская Федерация	4130,6
В том числе:	
Центральный федеральный округ	658,9
Северо-Западный федеральный округ	302,5
Южный федеральный округ	433,9
Северо-Кавказский федеральный округ	586,8
Приволжский федеральный округ	831,9
Уральский федеральный округ	392,1
Сибирский федеральный округ	696,3
Дальневосточный федеральный округ	228,2

Методические рекомендации.

1. Определите удельный вес числа безработных субъектов РФ в общей численности безработных.
2. Определите, численность безработных какого субъекта РФ вы примете за базу сравнения, и рассчитайте относительные показатели координации.
3. Заполните таблицу относительных показатели структуры и координации по федеральным округам.

Задание 4.9. Объем продаж компании А составил в первом полугодии 340 млн руб. В целом же компания планировала реализовать за год товаров на 950 млн руб. Вычислите относительный показатель планового задания на второе полугодие.

Методические рекомендации.

1. Определите объем продаж (абсолютный показатель), который должен быть выполнен по плану во втором полугодии.
2. Определите относительный показатель планового задания на второе полугодие.

Задание 4.10. Туристическая фирма превысила плановое задание по реализации путевок на 12,5%, продав путевок на сумму 4500 тыс. руб. Объем продаж в текущем году превысил показатель прошлого года на 16%. Определите объем продаж путевок в прошлом году, плановое задание на текущий год и относительный показатель планового задания.

Методические рекомендации.

1. Определите относительный показатель динамики.
2. Рассчитайте объем продаж путевок в прошлом году.
3. Определите относительный показатель выполнения плана.
4. Рассчитайте планируемый объем продаж на текущий год.
5. Определите относительный показатель планового задания.

Тесты для самоконтроля

4.1. Абсолютные величины могут выражаться в следующих единицах измерения:

- а) килограммах, штуках, метрах, тоннах, километрах и т.д.;
- б) коэффициентах, процентах;
- в) промилле, продецимилле.

4.2. Укажите виды абсолютных величин:

- а) индивидуальные, сводные;
- б) выполнение плана, планового задания, динамики;
- в) структуры, координации;
- г) сравнения, интенсивности.

4.3. Относительные величины выполнения плана исчисляются как:

- а) отношение планового задания на предстоящий период к фактически достигнутому уровню, являющемуся базисным для плана;
- б) отношение фактически достигнутого уровня к плановому заданию за тот же период времени;
- в) отношение фактически достигнутого уровня в текущем периоде к фактически достигнутому уровню, являющемуся базисным.

4.4. Относительные величины структуры:

- а) характеризуют состав явления и показывают, какой удельный вес в общем итоге составляет каждая его часть;
- б) показывают соотношение отдельных составных частей целого явления;
- в) характеризуют изменение показателя о времени;
- г) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления.

4.5. Укажите, какая фраза определяет относительную величину уровня экономического развития:

- а) в одном из регионов на душу населения было произведено 760 м³ газа;
- б) производство хлопчатобумажных тканей на душу населения в одном из регионов в 2,3 раза больше, чем в другом;
- в) рост ВВП по сравнению с предыдущим годом составил 4%.

4.6. Относительный показатель сравнения представляет собой:

- а) отношение двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи;
- б) отношение двух одноименных показателей, относящихся к разным объектам или территориям за один и тот же период или момент времени;
- в) соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого.

4.7. План по росту производительности труда выполнен на 102%. Показатель динамики составляет 107,1%. Плановое задание по росту производительности труда составляет, %:

- а) 110;
- б) 105;
- в) 95.

4.8. Из указанных ниже величин к структурным средним относятся:

- а) средняя арифметическая;
- б) средняя хронологическая;
- в) мода.

4.9. Торговое предприятие перевыполнило собственный годовой план по товарообороту на 5%, при этом относительный показатель планового задания – 103%. Укажите, как изменился товарооборот:

- а) вырос на 8,1%;
- б) снизился на 8,1%;
- в) вырос на 1,9%;
- г) снизился на 2%.

4.10. Укажите, к какому виду средних относятся децили:

- а) степенные средние;
- б) структурные средние;
- в) средние хронологические

4.11. Относительные показатели интенсивности развития рассчитываются как:

- а) отношение отдельных частей совокупности к величине совокупности в целом;
- б) отношение показателя текущего периода к этому же показателю в предыдущем периоде;
- в) отношение отдельных частей совокупности между собой;
- г) соотношение различных совокупностей между собой.

4.12. Отношение показателя текущего периода к этому же показателю в предыдущем периоде называется:

- а) относительным показателем интенсивности развития;
- б) относительным показателем структуры;
- в) абсолютным приростом;
- г) относительным показателем динамики.

4.13. Обобщающие показатели – это:

- а) показатели, которые наиболее часто используются для характеристики единиц статистической совокупности;
- б) показатели, которые характеризуют всю совокупность в целом или отдельные ее группы;
- в) показатели, полученные в результате группировки статистических данных;
- г) свойства единиц совокупности, которые могут быть наблюдаемы.

4.14. Первичным видом обобщающих показателей являются:

- а) относительные величины;

- б) средние величины;
- в) единицы совокупности;
- г) абсолютные величины.

4.15. Отношение средней стоимости используемых основных фондов за период к стоимости произведенной за тот же период продукции (фондоёмкость) — это:

- а) относительный показатель структуры;
- б) относительный показатель координации;
- в) относительный показатель интенсивности;
- г) относительный показатель динамики.

4.16. Численность прибывших в среднем на 1000 человек населения отражает:

- а) относительный показатель структуры;
- б) относительный показатель координации;
- в) относительный показатель интенсивности;
- г) относительный показатель динамики.

4.17. Относительные показатели координации рассчитываются как:

- а) отношение отдельных частей совокупности к величине совокупности в целом;
- б) отношение показателя текущего периода к этому же показателю в предыдущем периоде;
- в) отношение отдельных частей совокупности между собой;
- г) соотношение различных совокупностей между собой.

4.18. В базисном году прибыль предприятия составила 250 млн руб., на следующий год было запланировано получить прибыль в размере 290 млн руб., фактически план был перевыполнен на 10%. Тогда относительный показатель динамики равен, %:

- а) 110;
- б) 127,6;
- в) 116;
- г) 105,5.

4.19. Доля заемного капитала в общих источниках финансирования фирмы составляет 45%. Данный показатель — это:

- а) относительный показатель структуры;
- б) относительный показатель координации;
- в) относительный показатель интенсивности;
- г) относительный показатель динамики.

4.20. Предприятие производит два вида продукции. Затраты на производство продукции А превышают затраты на производство продукции В в 1,5 раза. Речь идет о следующем относительном показателе:

- а) относительный показатель структуры;
- б) относительный показатель координации;
- в) относительный показатель интенсивности;
- г) относительный показатель динамики.

Задания к главе 5

Задания для самостоятельной работы

Задание 5.1. Распределение служащих по заработной плате представлено в таблице:

Размер заработной платы, тыс. руб.	15	20	35	40	50
Число служащих, чел.	20	28	26	25	11

По имеющимся данным определите среднюю заработную плату, моду и медианное значение заработной платы.

Методические рекомендации.

1. Определите среднее значение заработной платы (необходимо использовать формулу средней арифметической взвешенной).

2. Вспомните определение моды. Значение моды в дискретном ряду определяется в соответствии с определением.

3. Постройте накопленные частоты и определите медиану.

Задание 5.2. По трем районам города имеются следующие данные (на конец года):

Район	Число отделений Сбербанка	Среднее число вкладов в отделении	Средний размер вклада, руб.
1	6	1879	27 500
2	9	2559	29 300
3	5	3315	26 800

Определите средний размер вклада в сбербанке в целом по городу.

Методические рекомендации.

1. Определите, в каком столбце приводятся варианты показателя.

2. Вычислите частоту каждого варианта.

3. Определите средний размер вклада в Сбербанке в целом по городу.

Задание 5.3. Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными (за месяц):

Вид продукции	Процент брака	Стоимость бракованной продукции, руб.
A	1,3	2135
B	0,9	3560
C	2,4	980

Определите средний процент брака в целом по предприятию.

Методические рекомендации.

1. Определите, в каком столбце приводятся варианты показателя.

2. Определите: веса, которые приводятся в таблице, — это веса для расчета средней арифметической или средней гармонической (вспомните, в каких случаях для расчета среднего уровня ряда используется средняя арифметическая, в каких — средняя гармоническая).

3. Рассчитайте средний процент брака в целом по предприятию.

Задание 5.4. Имеются следующие данные выборочного обследования студентов одного из вузов:

Затраты времени на дорогу до института, ч	Число студентов, % к итогу
до 0,5	7
0,5–1,0	18
1,0–1,5	32
1,5–2,0	37
Свыше 2,0	6
Всего	100

Вычислите абсолютные и относительные показатели вариации.

Методические рекомендации.

1. Определите срединные значения интервалов.
2. Рассчитайте абсолютные показатели вариации (размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение).
3. Рассчитайте относительные показатели вариации.

Задание 5.5. Имеются данные о распределении семей сотрудников фирмы по количеству детей:

Число детей в семье	Число семей сотрудников по подразделениям		
	первое	второе	третье
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	–
4	1	–	1

Вычислите: а) внутригрупповые дисперсии; б) среднюю из внутригрупповых дисперсий; в) межгрупповую дисперсию; г) общую дисперсию. Проверьте правильность произведения расчетов с помощью правила сложения дисперсий. Какой аналитический смысл имеют рассчитанные вами показатели?

Методические рекомендации.

1. Определите среднее число детей в семье сотрудников фирмы в каждом подразделении.
2. Рассчитайте внутригрупповые дисперсии (дисперсии по каждому из подразделений).
3. Определите число рабочих в каждом из подразделений и среднюю из внутригрупповых дисперсий.
4. Рассчитайте среднее количество детей в семье сотрудников фирмы в целом по предприятию.
5. Вычислите межгрупповую дисперсию.
6. Вычислите общую дисперсию.
7. Прокомментируйте полученные вами результаты.

Задание 5.6. Предприятие выпускает электрические лампочки на трех своих филиалах. По имеющимся данным об индивидуальной себестоимости и общих затратах каждого филиала на производство за месяц рассчитайте среднюю себестоимость одной лампочки.

Филиалы	Себестоимость единицы продукции, руб.	Затраты на производство, млн руб.
I	50	7500
II	65	5525
III	60	6750

Методические рекомендации.

1. Определите, в каком столбце приводятся варианты показателя.
2. Определите: веса, которые приводятся в таблице, — это веса для расчета средней арифметической, или средней гармонической (вспомните, в каких случаях для расчета среднего уровня ряда используется средняя арифметическая, в каких — средняя гармоническая).
3. Рассчитайте среднюю себестоимость одной лампочки.

Задание 5.7. По данным о распределении численности безработных по возрастным группам в России в январе 2014 г. рассчитайте средний возраст безработных.

Структура безработных по возрасту (март 2013 г.), %

Всего	В том числе в возрасте, лет									
	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–72
100	4,3	20,5	15,5	11,1	11,0	9,2	9,2	10,1	6,1	3,0

Методические рекомендации.

1. Определите срединные значения интервалов.
2. Рассчитайте средний возраст безработных.

Задание 5.8. По данным о распределении численности безработных по продолжительности поиска работы определите среднюю и медианную продолжительность безработицы.

Безработные по продолжительности поиска работы (март 2013 г.), тыс. чел.

Всего	в том числе ищут работу, мес.					
	менее 1	от 1 до 3	от 3 до 6	от 6 до 9	от 9 до 12	12 и более
4252	328	800	695	492	459	1477

Методические рекомендации.

1. Определите срединные значения интервалов.
2. Рассчитайте среднее время поиска работы.
3. Определите медианный интервал.
4. Определите медианную продолжительность безработицы.

Задание 5.9. Туристическая фирма реализует три вида туров. За месяц фирмой реализованы следующие туры:

Виды туров	Уровень цен, долл.	Количество проданных туров
Класс «Люкс»	2000–5500	4
Стандартные	700–1500	75
Шоп-туры	150–500	40

Какова средняя цена туров, продаваемых данной фирмой по результатам месяца?

Методические рекомендации.

1. Определите срединные значения интервалов.
2. Рассчитайте среднюю цену туров.

Задание 5.10. Имеются следующие данные о затратах времени отдельными рабочими на выработку однородной продукции:

Время, мин	10	12	15	18	20
Число рабочих	2	10	25	15	9

Определите среднее количество времени, затрачиваемое на изготовление одной детали, и показатели вариации.

Методические рекомендации.

1. Определите среднее количество времени, затрачиваемое на изготовление одной детали.
2. Определите размах вариации.
3. Вычислите дисперсию.
4. Вычислите среднее квадратическое отклонение.
5. Определите коэффициент вариации.

Тесты для самоконтроля

5.1. Приведены следующие данные:

Размер обуви	35	36	37	38	39	40
Количество пар, % к итогу	4	6	23	39	27	1

1. Мода равна:
 - а) 38;
 - б) 39;
 - в) 5.
2. Медиана равна:
 - а) 38;
 - б) 39;
 - в) 5.
3. Размах вариации равен:
 - а) 38;
 - б) 39;
 - в) 5.

5.2. Даны следующие данные:

Факультет	Всего студентов, чел.	Из них работающих, %
Экономический	3500	85
Юридический	2000	65

Определите средний процент работающих студентов:

- а) 77,7;
- б) 72,5;
- в) 60,8;
- г) 75,0.

5.3. Если известны данные о производстве продукции за прошлый период и процент изменения объема выпуска в отчетном периоде, при вычислении среднего процента изменения объема выпуска применяют:

- а) среднюю арифметическую;
- б) среднюю гармоническую;
- в) среднюю геометрическую.

5.4. Мода — это:

- а) значение признака, приходящееся на середину ранжированной совокупности;
- б) число единиц по совокупности в целом или по ее отдельным группам, которое получают в результате суммирования зарегистрированных значений признаков первичного статистического материала;
- в) значение признака, которое чаще всего встречается в вариационном ряду.

5.5. Если удельный вес групп неодинаков, то для расчета общей средней из средних по группам используется:

- а) средняя гармоническая простая;
- б) средняя гармоническая взвешенная;
- в) средняя арифметическая взвешенная;
- г) средняя арифметическая простая.

5.6. Верно ли, что веса средней быть выражены относительными показателями:

- а) да;
- б) нет.

5.7. Выберите относительные показатели вариации:

- а) среднее квадратическое отклонение;
- б) размах вариации;
- в) коэффициент вариации.

5.8. Эмпирическое корреляционное отношение может принимать значения в интервале:

- а) $-1 < \eta < 1$;
- б) $-1 < \eta < 0$;
- в) $0 < \eta < 1$;
- г) $0 \leq \eta \leq 1$.

5.9. Для измерения вариации значения признака не вычисляют показатели:

- а) размах вариации;
- б) дисперсию;
- в) среднее квадратическое отклонение;
- г) моду.

5.10. Имеются следующие данные о затратах времени отдельными рабочими на выработку однородной продукции:

Время, мин	10	12	15	18	20
Число рабочих	2	10	25	15	9

При таком характере данных среднее количество времени, затрачиваемое на изготовление одной детали, вычисляется по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;
- в) средней гармонической простой;
- г) средней гармонической взвешенной;
- д) средней хронологической взвешенной.

5.11. Имеются следующие данные о работе предприятия:

Произведенный товар	Себестоимость, руб.	Затраты на выпуск, руб.
А	1500	375 000
Б	1400	532 000

При таком характере данных средняя себестоимость товара рассчитывается по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;
- в) средней гармонической простой;
- г) средней гармонической взвешенной;
- д) средней хронологической взвешенной.

5.12. Имеются следующие данные о работе магазина за 2013 г.:

Реализованный товар	Количество, т	Цена, руб/кг
А	6	140
Б	6	160
В	6	150

Для подсчета средней цены реализованного товара следует использовать формулу средней:

- а) $\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$;
- б) $\frac{\sum x_i}{n}$;
- в) $\frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$;

5.13. Формула средней гармонической используется:

- а) когда неизвестен числитель исходного соотношения;
- б) когда неизвестен знаменатель исходного соотношения;
- в) когда число единиц в группах одинаково;
- г) когда неизвестны отдельные значения признака.

5.14. Размах вариации — это:

- а) отношение максимального и минимального значений признака в интервале;
- б) разность между максимальным и минимальным значениями признака в интервале;
- в) разность между максимальным и минимальным значениями признака в статистической совокупности;
- г) разность между численными значениями двух различных статистических совокупностей.

5.15. Медианой называется:

- а) среднее значение признака в ряду распределения;
- б) наиболее часто встречающееся значение признака в данном ряду;
- в) значение признака, делящее ряд распределения на две равные части;
- г) наиболее редко встречающееся значение признака в данном ряду;
- д) значение признака, делящее ряд распределения на четыре равные части.

5.16. Значение моды можно определять на основе графиков:

- а) полигона распределения;
- б) гистограммы распределения;
- в) кумуляты;
- г) огивы.

5.17. Значение медианы можно определять на основе графиков:

- а) полигона распределения;
- б) гистограммы распределения;
- в) кумуляты;
- г) огивы.

5.18. Формула для расчета дисперсии признака:

а) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$; б) $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$;

в) $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$.

5.19. Если все значения признака увеличились в три раза, то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится в девять раз;
- в) увеличится в три раза;
- г) увеличится в шесть раз;
- д) уменьшится в три раза.

5.20. Если все частоты увеличились в три раза, то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится в девять раз;
- в) увеличится в три раза;
- г) увеличится в шесть раз;
- д) уменьшится в три раза.

Задания к главе 6

Задания для самостоятельной работы

Задание 6.1. Инвестиции в основной капитал в Российской Федерации характеризовались следующими данными, млрд руб.:

2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.
3611,1	4730,0	6716,2	8781,6	7976,0	9152,1	11 035,7	12 568,8

Рассчитайте средний темп прироста за период.

Методические рекомендации.

- 1. Определите средний коэффициент роста.
- 2. Определите средний темп роста.
- 3. Определите средний темп прироста.

Задание 6.2. До 2007 г. в состав производственного объединения входило 35 предприятий. В 2007 г. в него влилось еще 4 предприятия, и оно стало объединять 39 предприятий. Имеются следующие данные по реализации продукции объединения:

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2012	2013
Реализованная продукция по 35 предприятиям, млн руб.	448,7	462,8	465,8	491,6	—	—	—	—	—
Реализованная продукция по 39 предприятиям, млн руб.	—	—	—	559,5	578,7	580,5	610,0	612,9	615,5

Приведите имеющуюся информацию к сопоставимому виду.

Методические рекомендации.

- 1. Определите коэффициент пересчета.
- 2. Осуществите смыкание динамических рядов.

Задание 6.3. Имеются два блока данных по динамике производства (в %).

1. 2000 г. = 100%:

Год	2004	2005	2006	2007	2008
Динамика	102	107	105	109	113

2. 2008 г. = 100%:

Год	2009	2010	2011	2012	2013
Динамика	101	104	100	94	96

Осуществите смыкание динамических рядов:

- 1) на базе 2000 г.;
- 2) на базе 2008 г.

Методические рекомендации.

1. Осуществите смыкание динамических рядов на базе 2000 г.:

- определите коэффициент пересчета;
- пересчитайте уровни второго ряда в соответствии с коэффициентом пересчета;

- уровни первого ряда не меняются.

2. Осуществите смыкание динамических рядов на базе 2008 г.:

- определите коэффициент пересчета;
- пересчитайте уровни первого ряда;
- уровни второго ряда не меняются.

Задание 6.4. Поступление прямых иностранных инвестиций в Россию характеризовалось следующими данными, млн долл. США:

Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Инвестиции	27 797	27 027	15 906	13 810	18 415	18 666

Определите основные показатели, характеризующие динамику прямых иностранных инвестиций в Россию.

Методические рекомендации.

1. Определите начальный и конечный уровни ряда динамики.
2. Определите средний уровень ряда динамики.
3. Вычислите цепные и базисные показатели абсолютного прироста.
4. Вычислите цепные и базисные темпы роста.
5. Вычислите цепные и базисные темпы прироста.
6. Вычислите абсолютное значение одного процента прироста для каждого года.

Задание 6.5. Имеются следующие данные о производстве электроэнергии в России, млрд кВт-ч:

Год	2009	2010	2011
Тепловые электростанции	652	699	714
Гидроэлектростанции	176	168	168
Атомные электростанции	164	171	173

Рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) коэффициенты опережения производства электроэнергии по разным видам электростанций.

Методические рекомендации.

1. Определите средний уровень производства электроэнергии для каждого ряда (предварительно определив, к какому виду рядов динамики они относятся: к моментным или интервальным).

2. Вычислите базисные коэффициенты роста каждого ряда.
3. Вычислите коэффициенты опережения.

Задание 6.6. Поступление налогов, сборов и иных обязательных платежей в консолидированный бюджет Российской Федерации в 2012 г. составило 10958,2 млрд руб., что на 12,7% больше, чем в 2011 г. Определите объем поступлений в 2011 г.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициент роста.
2. По имеющимся данным об уровне ряда в текущем году и коэффициенте роста определите уровень базисного (2011) года.

Задание 6.7. Расходы на гражданскую науку в России из средств федерального бюджета в 2012 г. превысили показатель прошлого года на 42 020,8 млн руб., что в относительных величинах соответствует приросту в 13,39%. Используя эти данные, заполните таблицу:

Финансирование науки из средств федерального бюджета, млн руб.	
2011 г.	2012 г.

Методические рекомендации.

1. Вычислите абсолютное значение 1% прироста.
2. Определите значение показателя в 2011 г.
3. Вычислите коэффициент роста.
4. Определите значение показателя в 2012 г.

Задание 6.8. По данным Центрального банка РФ, денежная масса (M2) России составляла, млрд руб.:

Дата	01.01.2009	01.01.2010	01.01.2011	01.01.2012	01.01.2013
Количество	12 975,9	15 267,6	20 011,9	24 483,1	27 405,4

Вычислите средний остаток денежной массы за период.

Методические рекомендации.

1. Определите, к какому виду относится данный ряд динамики (моментный или интервальный).
2. Рассчитайте средний остаток денежной массы за период.

Задание 6.9. Имеются следующие данные о динамике изменения наличия основных фондов на конец года в России (в сопоставимых ценах) в % к предыдущему году:

Дата	31.12.2008	31.12.2009	31.12.2010	31.12.2011	31.12.2012
Цепные темпы прироста, %	3,6	3,2	3,0	4,0	14,3

Вычислите, на сколько процентов выросло промышленное производство России за указанный период.

Методические рекомендации.

1. Определите цепные коэффициенты роста.
2. Определите базисный коэффициент роста.
3. Определите базисный темп прироста.

Задание 6.10. По имеющимся данным о величине ВВП РФ (в ценах 2008 г.) рассчитайте среднегодовой темп прироста реального ВВП за указанный период:

Год	2008	2009	2010	2011	2012	2013
ВВП, млрд руб.	41 276,8	38 048,6	39 762,2	41 458,0	42 878,5	43 445,98

Методические рекомендации.

1. Определите начальный и конечный уровни ряда динамики.
2. Определите среднегодовой коэффициент роста.
3. Определите среднегодовой темп прироста.

Задание 6.11. Имеются данные о среднедушевых денежных доходах населения в 2012 г. по Российской Федерации, руб/мес.:

Месяц	Доходы
Январь	15 963,4
Февраль	20 258,1
Март	20 690,8
Апрель	22 190,2
Май	21 140,1
Июнь	23 960,2
Июль	22 875,6
Август	23 239,0
Сентябрь	23 230,7
Октябрь	23 178,4
Ноябрь	24 886,8
Декабрь	35 364,0

По имеющимся данным рассчитайте средний душевой денежный доход в первом, втором, третьем и четвертом кварталах, а также среднегодовой душевой денежный доход.

Методические рекомендации.

1. Определите вид динамического ряда (моментный или интервальный).
2. Вычислите среднеквартальные показатели душевого денежного дохода.

Тесты для самоконтроля

6.1. Имеются следующие данные о производстве продукции, млн т:

Год	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Продукция	47,2	46,5	44,2	39,2	35,8	34,1

Средний уровень данного ряда динамики вычисляется по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;

- в) средней хронологической простой;
- г) средней хронологической взвешенной.

6.2. Темп роста вычисляется как:

- а) отношение уровней ряда;
- б) разность уровней ряда;
- в) произведение уровней ряда;
- г) разность темпа прироста и 100%.

6.3. В 2013 г. было произведено 835 тыс. легковых автомобилей, по сравнению с 2010 г. темп прироста составил (-13,3%). Определите объем производства легковых автомобилей в 2010 г.:

- а) 723,9;
- б) 963,0;
- в) 748,3;
- г) 943,6.

6.4. Продажа мяса птицы на рознично-оптовых рынках города за январь—май увеличилась в 2,15 раза. Определите среднемесячный темп роста продажи:

- а) $\sqrt[5]{2,15}$;
- б) $\sqrt[3]{2,15}$;
- в) $\sqrt[5]{215}$.

6.5. В таблице представлены данные об объеме производства продукции, млн руб., в течение шести кварталов:

t	1	2	3	4	5	6
y_t	11,18	12,23	13,28	14,31	15,36	16,40

Абсолютный средний прирост равен:

- а) 5,22;
- б) 7,964;
- в) 1,044.

6.6. Формула $\sqrt[n]{Y_n / Y_0}$ используется для расчета:

- а) среднего абсолютного прироста;
- б) среднего темпа роста;
- в) среднего темпа прироста;
- г) среднего уровня ряда.

6.7. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение пяти кварталов представлена в таблице:

t	1	2	3	4	5
y_t %	7,3	8,0	8,8	9,7	10,7

Тогда средний темп роста равен, %:

- а) 10,03;
- б) 110,03;
- в) 146,5.

6.8. Средний уровень интервального ряда динамики определяется как:

- а) средняя арифметическая;
- б) средняя гармоническая;
- в) средняя хронологическая.

6.9. Среднегодовой темп роста заработной платы за пять лет при условии, что базисный коэффициент роста (y_5/y_0) равен 2,5, составляет:

- а) 1,2;
- б) 0,5;
- в) 12,5.

6.10. Известно, что списочная численность работников фирмы в 2013 г. составляла: на 1 января – 530 чел., на 1 марта – 570 чел., на 1 июня – 520 чел., на 1 сентября – 430 чел., а на 1 января 2014 г. – 550 чел. Тогда среднегодовая численность работников фирмы за 2013 г. равна:

- а) 550;
- б) 490;
- в) 510.

6.11. Абсолютный прирост характеризует:

- а) относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени;
- б) размер увеличения (или уменьшения) уровня ряда за определенный промежуток времени;
- в) интенсивность изменения уровня ряда.

6.12. Пусть имеются следующие данные о наличии товарных остатков на складе за 2013 г.:

Дата учета	01.01.13	01.03.13	01.06.13	01.11.13	01.01.14
Остатки товаров, тыс. руб.	126	130	138	150	160

Тогда средний месячный остаток товаров за 2013 г. равен:

- а) 140,67;
- б) 112,2;
- в) 149,7.

6.13. Производство картофеля в 2012 г. составило 29,8 млн т, а в 2013 г. – 35,9 млн т. Тогда значение 1% прироста, млн т, равно:

- а) 20,5;
- б) 6,1;
- в) 0,298.

6.14. Имеются следующие данные об остатках вкладов населения в банке в первом полугодии 2014 г. (на начало месяца):

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
Сумма вкладов, млн руб.	127,6	129,7	132,7	133,8	135,4	137,1	139,8

Для этих данных средний остаток вкладов за первое полугодие вычисляется по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;

- в) средней хронологической простой;
- г) средней хронологической взвешенной.

6.15. При наличии данных на начало каждого месяца средний уровень показателя определяется по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;
- в) средней хронологической простой;
- г) средней хронологической взвешенной.

6.16. Формула расчета показателя базисного абсолютного прироста — это:

- а) произведение цепных абсолютных приростов;
- б) сумма цепных абсолютных приростов;
- в) корень степени $n - 1$ из суммы абсолютных приростов;
- г) корень степени $n - 1$ из произведения цепных абсолютных приростов.

6.17. Ряд динамики включает следующие составные элементы (несколько вариантов ответа):

- а) значения изучаемого признака;
- б) интервалы изменения значений признака;
- в) частоты;
- г) показатели времени.

6.18. Для вычисления средних темпов роста изучаемого явления используется формула:

- а) средней геометрической;
- б) средней гармонической;
- в) средней арифметической простой;
- г) средней арифметической взвешенной.

6.19. Абсолютный прирост — это:

- а) отношение уровней ряда динамики;
- б) разность между уровнями ряда динамики;
- в) произведение цепных коэффициентов роста в ряду динамики;
- г) частное от деления последующего базисного коэффициента роста на предыдущий.

6.20. Ряды динамики характеризуют:

- а) структуру совокупности по какому-либо признаку;
- б) развитие явления во времени;
- в) факторы изменения статистического показателя за определенный период;
- г) определенное значение варьирующего признака в совокупности на какой-либо момент времени.

Задания к главе 7

Задания для самостоятельной работы

Задание 7.1. По данным выборочного обследования (методом случайной бесповторной выборки) средний возраст безработных составил $\bar{x} = 34,4$ года,

при среднем квадратическом отклонении $\sigma = 13,8$ года. С вероятностью $P = 0,997$ определите пределы, в которых находится средний возраст безработных в генеральной совокупности, если известно, что в ходе обследования опрошено $n = 155$ тыс. чел. в возрасте 15–72 лет, что составляет 15% общей численности населения в этом возрасте.

Методические рекомендации.

1. Определите среднюю ошибку выборки.
2. Определите коэффициент доверия при заданном уровне вероятности.
3. Определите предельную ошибку выборки.
4. Определите доверительные пределы генеральной средней.

Задание 7.2. С вероятностью 0,954 определите предельную ошибку выборки для доли мужчин среди безработных, если известно, что в выборке ($n = 155$ тыс. чел.) их доля составляла 54,9%.

Методические рекомендации.

1. Определите среднюю ошибку выборки для доли изучаемого признака.
2. Определите коэффициент доверия при заданном уровне вероятности.
3. Определите предельную ошибку выборки.

Задание 7.3. Для изучения объема и структуры доходов работников городских торговых предприятий, относящихся к разным формам собственности, проведен 2%-ный бесповторный типический отбор, результаты которого по одному из обследованных показателей приведены в таблице:

Форма собственности	Численность занятых N_p чел.	Обследовано n_j	Доход от участия в собственности предприятия на одного работника в год, тыс. руб.	
			среднее x_j	среднее квадратическое отклонение σ_j
Государственная	5000	100	270	90
Негосударственная	25 000	500	880	260
Всего	30 000	600	—	—

Отбор проведен пропорционально численности работников, занятых на предприятиях каждой выделенной группы. С вероятностью 0,95 определите, в каких пределах находится средний годовой доход торговых работников города от участия в собственности предприятия.

Методические рекомендации.

1. Определите средний доход от участия в собственности предприятия на одного работника в год в выборочной совокупности.
2. Определите среднюю из внутригрупповых дисперсий.
3. Определите среднюю ошибку выборки.
4. Определите коэффициент доверия при заданном уровне вероятности.
5. Определите предельную ошибку выборки.
6. Определите доверительные пределы генеральной средней.

Задание 7.4. В микрорайоне проживает 5000 семей. Требуется определить минимальный объем случайной бесповторной выборки, который позволит с вероятностью 0,988 оценить средний размер семьи с предельной

ошибкой, равной 0,4, при среднем квадратическом отклонении $\sigma = 2$ чел., найденном по данным предварительного обследования.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициент доверия при заданном уровне вероятности.
2. Определите минимальный объем случайной бесповторной выборки.

Задание 7.5. Определите, что произойдет с величиной предельной ошибки выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 до 0,997.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициент доверия при вероятности 95,4%.
2. Определите коэффициент доверия при вероятности 99,7%.
3. Определите, во сколько раз изменится величина предельной ошибки выборки.

Задание 7.6. Определите, в каком соотношении находятся при прочих равных условиях ошибки собственно-случайной бесповторной и повторной выборок при 5%-ном, 10%-ном и 20%-ном отборе.

Методические рекомендации.

1. Определите величину $\sqrt{1 - \frac{n}{N}}$ для каждого рассматриваемого случая.
2. Определите соотношения, в которых находятся при прочих равных условиях ошибки собственно-случайной бесповторной и повторной выборок.

Задание 7.7. Определите, каким должен быть объем случайной бесповторной выборки из генеральной совокупности численностью 10 000 ед. при среднем квадратическом отклонении не более 20, предельной ошибке, не превышающей 5%, и вероятности 0,954.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициент доверия при вероятности 95,4%.
2. Определите необходимый объем выборки.

Задание 7.8. Из партии произведенной продукции было взято в порядке случайной повторной выборки 20 проб продукта А. В результате проверки установлена средняя влажность продукта А в выборке, которая оказалась равной 8% при среднем квадратическом отклонении 1%. Определите с вероятностью 0,954 пределы средней влажности продукта во всей партии произведенной продукции.

Методические рекомендации.

1. Определите среднюю ошибку выборки.
2. Определите коэффициент доверия.
3. Определите предельную ошибку выборки.
4. Определите доверительные пределы генеральной средней.

Задание 7.9. В порядке механической выборки обследован возраст 100 сотрудников предприятия из общего числа 2000 чел. Результаты обработки материалов наблюдения приведены в таблице:

Возраст	18	20	23	24	26	30
Число жителей	6	15	24	27	19	9

Определите вероятные пределы колебания возраста для всех сотрудников при вероятности 0,997.

Методические рекомендации.

1. Определите средний возраст сотрудников в выборке.
2. Определите дисперсию.
3. Определите среднюю ошибку выборки.
4. Определите коэффициент доверия.
5. Определите предельную ошибку выборки.
6. Определите доверительные пределы генеральной средней.

Задание 7.10. Определите предельную ошибку выборки при механическом отборе, если отбор производится из совокупности, включающей 1000 ед. Для исследования отобрано 150 ед. По результатам исследования получено, что доля единиц, обладающих изучаемым признаком, в выборочной совокупности равна 40%. Требуемая вероятность, гарантирующая результаты выборочного наблюдения, равна 0,954.

Методические рекомендации.

1. Определите среднюю ошибку выборки.
2. Определите коэффициент доверия.
3. Определите предельную ошибку выборки.

Тесты для самоконтроля

7.1. Генеральной называется:

- а) совокупность отобранных для обследования единиц;
- б) совокупность единиц, из которых производится отбор;
- в) совокупность, случайно попавшая в распоряжение лица, проводящего исследование.

7.2. Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности, возникающее вследствие нарушения принципа случайности отбора, называется:

- а) систематической ошибкой репрезентативности;
- б) случайной ошибкой репрезентативности;
- в) систематической ошибкой наблюдения;
- г) случайной ошибкой наблюдения.

7.3. Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности, возникающее в результате несплошного характера наблюдения, называется:

- а) систематической ошибкой репрезентативности;
- б) случайной ошибкой репрезентативности;
- в) систематической ошибкой наблюдения;
- г) случайной ошибкой наблюдения.

7.4. Бесповторным называется такой отбор, когда:

- а) попавшая в выборку единица не возвращается в совокупность, из которой осуществляется дальнейший отбор;
- б) попавшая в выборку единица после регистрации наблюдаемых признаков возвращается в исходную совокупность для участия в дальнейшей процедуре отбора;
- в) нарушен принцип случайности отбора единиц.

7.5. Механический отбор:

а) основан на предварительном упорядочении генеральной совокупности;

б) заключается в отборе единиц из генеральной совокупности наугад без каких-либо элементов системности;

в) основан на предварительном разбиении обследуемой совокупности на типически однородные группы и дальнейшем выборе единиц из каждой такой группы.

7.6. Проведено собственно-случайное бесповторное обследование заработной платы сотрудников аппарата управления двух финансовых корпораций. Обследовано одинаковое число сотрудников. Дисперсия заработной платы двух финансовых корпораций одинакова, а численность аппарата управления больше в первой корпорации. Средняя ошибка выборки:

а) больше в первой корпорации;

б) больше во второй корпорации;

в) на обеих корпорациях одинакова;

г) данные не позволяют сделать вывод.

7.7. Из приведенных выборочных обследований определите данные, которые содержат систематическую ошибку репрезентативности:

а) при изучении производительности труда из совокупности заведомо были исключены рабочие со стажем менее одного года;

б) при обследовании состояния животноводства в фермерских хозяйствах из-за небрежности счетчиков в некоторых хозяйствах не полностью был учтен молодняк скота.

7.8. Что произойдет с величиной предельной ошибки выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 до 0,997:

а) возрастет в 1,5 раза;

б) уменьшится в 1,5 раза;

в) не изменится.

7.9. При отборе рабочих экспедиторских фирм для обследования причин потерь рабочего времени были заведомо исключены рабочие, имеющие сокращенный рабочий день. Результаты обследования содержат:

а) систематическую ошибку репрезентативности;

б) систематическую ошибку регистрации;

в) случайную ошибку репрезентативности.

7.10. По данным переписи предприятий розничной торговли города установлено, что их общее число составило 350 ед. Дополнительно проведенное выборочное обследование показало, что из 54 торговых предприятий бланк сплошного обследования заполнен по 50 ед. Уточните данные сплошного наблюдения на основе контрольных выборочных мероприятий. Скорректированное общее число объектов генеральной совокупности:

а) 354;

б) 378;

в) 324.

7.11. При выборочном обследовании продуктивности скота в фермерских хозяйствах вначале отбирались группы хозяйств определенного производственного направления, а в отобранных группах — отдельные хозяйства. Этот отбор:

- а) серийный;
- б) типический;
- в) собственно-случайный.

7.12. Средняя ошибка выборки для средней величины характеризует:

- а) тесноту связи между результативным и факторными показателями;
- б) вариацию признака;
- в) среднюю величину всех возможных отклонений выборочной средней от генеральной средней;
- г) среднее значения признака в генеральной совокупности.

7.13. Средняя ошибка выборки рассчитывается по формуле $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$:

- а) при уточнении данных сплошного наблюдения;
- б) при изучении качественных характеристик;
- в) при наличии высокого уровня колеблемости значений показателя;
- г) при малой выборке.

7.14. Отбор, при котором отобранная единица совокупности может быть отобрана дважды, называется:

- а) случайным;
- б) механическим;
- в) повторным;
- г) бесповторным.

7.15. Несплошное наблюдение, при котором единицы изучаемой совокупности отбираются для обследования случайным образом, называется:

- а) монографическим;
- б) методом основного массива;
- в) выборочным;
- г) бесповторным.

7.16. Недостающим элементом в формуле расчета необходимого объема выборки при бесповторном типическом отборе $n = \frac{Nt^2\sigma_i^2}{\dots \Delta^2 + t^2\sigma_i^2}$ является:

- а) N ;
- б) γ ;
- в) δ^2 ;
- г) $N - 1$.

7.17. Если число серий в генеральной совокупности велико, то формула для средней ошибки выборки для бесповторного серийного отбора имеет вид:

а) $\mu = \sqrt{\frac{\delta_r^2}{r} \frac{R-r}{R-1}}$; б) $\mu = \sqrt{\frac{\delta_r^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$;

$$\text{в) } \mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \frac{R-r}{R-1}}; \quad \text{г) } \mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

7.18. Средняя ошибка выборки при собственно-случайном бесповторном отборе рассчитывается по формуле:

$$\text{а) } \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}; \quad \text{б) } \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}};$$

$$\text{в) } \mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \frac{R-r}{R-1}}; \quad \text{г) } \mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

7.19. Известна средняя ошибка выборки при собственно-случайном повторном отборе. Средняя ошибка при бесповторном отборе больше ошибки при повторном отборе:

$$\text{а) в } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{n}{N}}} \text{ раз}; \quad \text{б) в } \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \text{ раз};$$

$$\text{в) в } t^2 \text{ раз}; \quad \text{г) в } \sigma^2 \text{ раз}.$$

7.20. Дисперсия доли изучаемого признака в выборочной совокупности рассчитывается по формуле:

$$\text{а) } w(1-w); \quad \text{б) } \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}.$$

Задания к главе 8

Задания для самостоятельной работы

Задание 8.1. По приведенным данным о затратах предприятия на производство продукции рассчитайте сводный индекс физического объема.

	Затраты, тыс. руб.		Индивидуальный индекс физического объема, %
	базисный год	отчетный год	
А	300 000	375 500	110
Б	540 000	495 000	70
В	240 000	196 000	95

Методические рекомендации.

1. Определите, какую форму нужно применить при индексировании признаков.

2. Определите, какие и за какой период нужно взять веса.

3. Вычислите сводный индекс физического объема.

Задание 8.2. Имеются данные о реализации продукции одним из хозяйств за два периода:

Продукт	Базисный период		Отчетный период	
	Продано q_0 , кг	Цена за единицу p_0 , руб.	Продано q_1 , кг	Цена за единицу p_1 , руб.
А	1000	160	1400	170
Б	3000	100	3100	150

Какую прибыль дополнительно получило хозяйство при реализации продукции в отчетном периоде за счет роста цен?

Методические рекомендации.

1. Определите числитель и знаменатель индекса цен.
2. Вычислите дополнительную прибыль, полученную предприятием за счет роста цен.

Задание 8.3. Имеются данные о выпуске одинаковой продукции на двух предприятиях:

Предприятие	I квартал		II квартал	
	Себестоимость одного изделия, тыс. руб.	Количество изготовленных изделий, шт.	Себестоимость одного изделия, тыс. руб.	Количество изготовленных изделий, шт.
1	17,10	650	17,00	500
2	18,80	250	17,90	400

Как изменилась средняя себестоимость продукции по предприятиям, вместе взятым, под влиянием структурных сдвигов в производстве?

Методические рекомендации.

Определите индекс структурных сдвигов.

Задание 8.4. Среднесписочная численность работников организации увеличилась с 25 до 27 чел. Объем выпуска продукции составил в базовом периоде — 3375 тыс. руб., в отчетном периоде — 3699 тыс. руб. Определите, во сколько раз изменилась производительность труда и как изменился объем выпуска продукции в результате изменения производительности труда.

Методические рекомендации.

1. Вычислите индекс объема выпуска продукции.
2. Вычислите индекс численности работников организации.
3. Вычислите индекс производительности труда.
4. Определите разницу между числителем и знаменателем индекса производительности труда.

Задание 8.5. Себестоимость продажи продукции в прошлом году — 1800 тыс. руб., а выручка от продажи — 2500 тыс. руб. В отчетном году выручка от продажи в ценах прошлого года составила 3200 тыс. руб. Определите сумму прироста затрат в отчетном году под влиянием фактора роста объема продаж.

Методические рекомендации.

1. Определите сводный индекс физического объема, где в качестве соизмерителя принята цена реализуемой продукции, фиксированная на уровне прошлого года.

2. Запишите формулу индекса физического объема, где в качестве соизмерителя принята себестоимость продукции, фиксированная на уровне прошлого года. Зная значение индекса физического объема (п. 1) и затраты на производство продукции в прошлом году, рассчитайте затраты на производство текущего года в сопоставимых ценах (себестоимость единицы фиксирована на уровне прошлого года)

3. Определите сумму прироста затрат в отчетном году под влиянием фактора роста объема продаж как разницу между числителем и знаменателем индекса физического объема, где в качестве соизмерителя принята себестоимость продукции, фиксированная на уровне прошлого года.

Задание 8.6. По данным таблицы рассчитайте сводный индекс, характеризующий изменение затрат завода за счет динамики себестоимости продукции.

Изделие	Изменение себестоимости единицы продукции, %	Затраты на производство во II квартале, тыс. руб.	Затраты на производство в III квартале, тыс. руб.
I	18	1800	1900
II	-9	2600	2800
III	-5	3000	3000

Методические рекомендации.

1. Определите индивидуальные индексы себестоимости по каждому виду изделий.

2. Рассчитайте сводный индекс себестоимости как средний из индивидуальных, предварительно определившись, затраты какого периода должны быть приняты в качестве весов индекса.

Задание 8.7. Предположим, что фирма выпускает три вида неоднородной продукции. Данные об их производстве и ценах на них за два периода приведены в таблице:

Товар	Выработано, тыс. ед.		Цена за единицу товара, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
	q_0	q_1	p_0	p_1
X	80	60	13	16
Y	50	30	18	20
Z	40	35	6	8

Рассчитайте агрегатные индексы товарооборота, физического объема, цен Пааше.

Методические рекомендации.

1. Определите товарооборот текущего года и базисного года.
2. Вычислите индекс товарооборота.
3. Определите товарооборот текущего года в ценах базисного года.
4. Вычислите индекс цен Пааше.
5. Вычислите индекс физического объема.

Задание 8.8. По приведенным данным о продажах магазина рассчитайте сводный индекс цен.

Виды товара	Выручка, тыс. долл.		Индивидуальный индекс физического объема, %
	Базисный год	Отчетный год	
А	160 000	185 500	130
Б	6400	5950	107
В	230 000	186 000	95,5

Методические рекомендации.

1. Определите сводный индекс товарооборота.
2. Определите сводный индекс физического объема как средний из индивидуальных индексов физического объема
3. Зная связь между индексами товарооборота, физического объема и цен, рассчитайте сводный индекс цен.

Задание 8.9. По имеющимся данным о выработке и себестоимости продукции предприятия проведите факторный анализ затрат на производство продукции.

Виды продукции	2013 г.		2014 г.	
	Выработано, тыс. ед.	Себестоимость единицы, руб.	Выработано, тыс. ед.	Себестоимость единицы, руб.
I	25	300	28	415
II	15	140	30	140

Методические рекомендации.

1. Определите индекс затрат на производство и изменение затрат на производство как результат воздействия двух факторов: изменения себестоимости и изменения физического объема производства.
2. Определите индекс себестоимости и изменение затрат на производство за счет изменения себестоимости.
3. Определите индекс физического объема и изменение затрат на производство за счет изменения физического объема производства.

Задание 8.10. Известно, что выручка организации по сравнению с прошлым годом выросла на 20%. При этом цены выросли на 35%. Как изменился физический объем продаж?

Методические рекомендации.

1. Определите индекс товарооборота.
2. Определите индекс цен.
3. На основании данных, полученных в пп. 1 и 2, определите индекс физического объема.

Тесты для самоконтроля

8.1. Индивидуальные индексы характеризуют:

- а) относительное изменение отдельного единичного элемента сложной совокупности;

б) абсолютное изменение отдельного единичного элемента сложной совокупности;

в) относительное изменение определенного показателя в целом по сложной совокупности, состоящей из отдельных элементов.

8.2. Цепными индексами называют:

а) ряд индексов, каждый из которых рассчитан по отношению к предыдущему периоду;

б) ряд индексов с постоянной базой сравнения;

в) ряд индексов, характеризующих динамику средних показателей при одной и той же фиксированной структуре совокупности.

8.3. Если индивидуальный индекс товарооборота равен 2,0, то это значит, что:

а) товарооборот уменьшился в два раза;

б) товарооборот увеличился в два раза;

в) товарооборот увеличился на 2%.

8.4. Цены возросли в два раза, объем продаж снизился на 10%. Укажите, как изменился товарооборот:

а) увеличился на 20%;

б) сократился на 80%;

в) увеличился на 80%.

8.5. Затраты на производство продукции возросли на 65%. Объем производства не изменился. Укажите, что произошло с себестоимостью единицы продукции:

а) увеличилась на 65%;

б) снизилась на 65%;

в) не изменилась.

8.6. Товарооборот снизился на 40%. Цены увеличились в два раза. Укажите, как изменился объем продаж:

а) снизился на 20%;

б) вырос на 70%;

в) снизился на 70%;

г) снизился на 80%.

8.7. Укажите, как определить абсолютный размер экономии (перерасхода) покупателей в результате изменения цен на группу товаров:

а) невозможно определить;

б) как разность индекса товарооборота и индекса цен;

в) как разность числителя и знаменателя индекса цен;

г) как разность числителя и знаменателя индекса товарооборота.

8.8. Агрегатный индекс физического объема равен 0,6. Это означает, что:

а) общий объем (выпуск) продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 60%;

б) общий объем (выпуск) продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным уменьшился на 40%;

в) общий объем (выпуск) продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным уменьшился на 60%.

8.9. Если при определении среднего изменения цен на все продукты использовать индекс цен, построенный по методу Ласпейреса, и индекс цен, построенный по методу Пааше, то результаты будут:

- а) различны;
- б) одинаковы;
- в) невозможно ответить.

8.10. Если производительность труда на каждом предприятии осталась без изменения, а в общих затратах труда увеличилась доля предприятий с более низким уровнем производительности труда, то справедливы следующие соотношения для индекса производительности переменного состава ($I_{пс}$) индекс производительности фиксированного состава ($I_{фс}$) и индекса структурных сдвигов ($I_{сс}$):

- а) $I_{пс} < 1$; $I_{фс} > 1$; $I_{сс} < 1$;
- б) $I_{пс} > 1$; $I_{фс} = 1$; $I_{сс} > 1$;
- в) $I_{пс} < 1$; $I_{фс} = 1$; $I_{сс} < 1$.

8.11. Средний уровень производительности труда по совокупности предприятий снизился на 17%. Известно, что за счет изменения производительности труда на отдельных предприятиях уровень производительности труда по совокупности предприятий снизился на 35%. Каково влияние структурного фактора (изменения доли предприятий с разным уровнем производительности труда в общих затратах труда) на динамику средней производительности труда? За счет структурного фактора средняя производительность труда:

- а) выросла на 43%;
- б) выросла на 28%;
- в) снизилась на 12%;
- г) выросла в 2,5 раза.

8.12. Для общих (агрегатных) индексов переход от цепных индексов к базисным строго математически возможен:

- а) лишь для индексов с постоянными весами;
- б) лишь для индексов с переменными весами;
- в) в обоих случаях.

8.13. Сводный индекс физического объема — это:

- а) характеристика влияния динамики ассортимента товаров на изменение средней цены;
- б) характеристика изменения затрат покупателей под влиянием изменений количества приобретаемых товаров;
- в) влияние изменений индивидуальных цен на динамику средней цены;
- г) характеристика изменения стоимости одного товара.

8.14. Влияние изменений индивидуальных цен на динамику средней цены характеризует:

- а) индивидуальный индекс товарооборота;

- б) сводный индекс физического объема;
- в) индекс структурных сдвигов;
- г) индекс постоянного состава.

8.15. Объем реализации в натуральном выражении в октябре по сравнению с сентябрем возрос на 23,5%, при этом индекс цен составил 105%. Определите изменение товарооборота:

- а) вырос на 29,7%;
- б) вырос на 28,5%;
- в) вырос на 18,5 %;
- г) снизился на 14,6%.

8.16. Определите изменение средней цены товара X, реализуемого на нескольких оптовых рынках, если индекс цен фиксированного состава равен 1,15, а влияние структурных сдвигов в реализации товара на изменение средней цены составляет 8%:

- а) рост на 6%;
- б) рост на 24,2%;
- в) снижение на 7%;
- г) снижение на 24,2%.

8.17. Укажите формулу для среднего гармонического индекса цен:

- а) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$;
- б) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;
- в) $\frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$.

8.18. При проведении факторного анализа рекомендуется использовать индекс цен:

- а) Ласпейреса;
- б) Фишера;
- в) Пааше.

8.19. Укажите формулу для индекса цен фиксированного состава:

- а) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$;
- б) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}$;
- в) $\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$.

8.20. При определении индекса цен по формуле Пааше в качестве весов принимаются:

- а) объемы продукции текущего периода;
- б) объемы продукции базисного периода;
- в) средние объемы производства.

Задания к главе 9

Задания для самостоятельной работы

Задание 9.1. Взаимосвязь между затратами на рекламу и объемом продаж отражена следующими данными, тыс. руб.:

Затраты на рекламу x	6	9	7	6	4	10	13	5
Объемы продаж y	75	79	81	74	71	84	85	69

Постройте поле корреляции и эмпирическую линию регрессии.

Полагая, что между затратами на рекламу и объемом продаж имеет место линейная связь, постройте уравнение регрессии. Охарактеризуйте тесноту и направление связи между признаками.

Методические рекомендации.

1. Постройте поле корреляции: в системе координат на оси абсцисс отложите значения факторного признака (x_1, x_2, \dots, x_8) — затраты на рекламу, а на оси ординат — результативного (y_1, y_2, \dots, y_8) — объем продаж. На плоскости Oxy отметьте точки с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_8, y_8)$. Постройте эмпирическую линию регрессии.

2. Определите коэффициенты уравнения регрессии a и b . По знаку коэффициента регрессии b определите направление связи.

3. Определите линейный коэффициент корреляции. Сделайте вывод о тесноте связи. По знаку линейного коэффициента корреляции сделайте вывод о направлении связи (проверьте соответствие знака коэффициента корреляции и коэффициента регрессии b).

Задание 9.2. В таблице приведены данные об изменении уровня выработки рабочих (y) в зависимости от уровня фондовооруженности труда (x) по девяти предприятиям:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	3,2	3,5	3,8	3,9	4,0	4,2	4,4	4,4	4,6
y	4,5	4,4	4,8	5,0	5,5	5,4	5,8	6,0	6,1

Полагая, что между уровнем выработки рабочих (y) и уровнем фондовооруженности труда (x) имеет место линейная связь, постройте уравнение регрессии. Оцените результаты работы отдельных предприятий.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты уравнения регрессии a и b . Постройте уравнение регрессии.

2. Подставив в уравнение регрессии соответствующие значения x , определите выравненные (теоретические) значения результативного показателя y для каждого предприятия. Полученные величины показывают, какой была бы выработка предприятий, если бы каждое из них использовало свои мощности как в среднем все предприятия этой выборки.

3. Сравнив фактические уровни выработки рабочих с теоретическими (расчетными) оцените результаты работы отдельных предприятий.

Задание 9.3. Взаимосвязь между себестоимостью продукции и объемом производства отражена следующими данными:

Объем производства x , тыс. т	100	98	80	62	56	51	43	30
Себестоимость 1 т y , у.е.	70	76	81	90	94	98	110	121

Полагая, что между себестоимостью продукции и объемом производства имеет место линейная связь, постройте уравнение регрессии. Рассчитайте коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сравните величину коэффициента корреляции и корреляционного отношения. Сформулируйте выводы о наличии линейной связи между себестоимостью продукции и объемом производства, о тесноте данной связи, ответьте на вопрос: на сколько в среднем изменяется себестоимость продукции при росте объем производства на единицу своего измерения.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты уравнения регрессии a и b . Постройте уравнение регрессии.

2. Рассчитайте коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сравните их величины.

3. Сделайте выводы.

Задание 9.4. Обследовано шесть предприятий. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции: $\sum x_i = 20$; $\sum y_i = 8,5$; $\sum x_i^2 = 90$; $\sum y_i^2 = 14,3$; $\sum x_i y_i = 34$.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты уравнения регрессии a и b . Постройте уравнение регрессии.

2. Рассчитайте коэффициент корреляции.

3. Сделайте выводы.

Задание 9.5. По следующим данным вычислите линейный коэффициент корреляции и коэффициент детерминации: $\bar{x} = 4$; $\bar{y} = 1,68$; $xy = 6,5$; $x^2 = 18$; $y^2 = 2,85$. Сделайте выводы о взаимосвязи x и y .

Методические рекомендации.

1. Определите средние квадратические отклонения σ_x и σ_y .

2. Определите линейный коэффициент корреляции.

3. Определите коэффициент детерминации.

Задание 9.6. Взаимосвязь между возрастом и выработкой деталей на одного рабочего по группе рабочих предприятия отражена следующими данными:

Возраст x , лет	18–24	25–31	32–38	39–45	46–52	53–59	60–66
Выработка деталей на одного рабочего, шт.	5	6	8	10	8	7	5

Полагая, что между возрастом и выработкой деталей на одного рабочего имеет место нелинейная связь, которая выражается уравнением кривой $\hat{y} = a_0 + a_1x + a_2x^2$, постройте уравнение регрессии. Определите теоретическое корреляционное отношение. Сделайте выводы.

Методические рекомендации.

1. Определите средний возраст в каждой группе.
2. Составьте расчетную таблицу и определите параметры уравнения регрессии.
3. Определите теоретическое корреляционное отношение.

Задание 9.7. Исследуется зависимость урожайности зерновых культур (ц/га) от числа единиц сельскохозяйственной техники (x_1) и количества минеральных удобрений на 1 га посевной площади (т/га) (x_2). Результаты обследования девяти хозяйств представлены в таблице:

№ хозяйства	Урожайности зерновых культур y	Число единиц сельскохозяйственной техники x_1	Количество минеральных удобрений на 1 га посевной площади x_2 , т/га
1	9,6	1,85	0,33
2	8,5	0,68	0,61
3	9,0	2,84	0,30
4	9,8	5,03	0,44
5	9,6	2,55	0,39
6	8,7	2,45	0,33
7	12,5	2,02	0,44
8	7,7	0,71	0,21
9	6,9	0,76	0,19

Полагая, что между результативным и факторными показателями имеет место линейная связь, постройте уравнение регрессии. Охарактеризуйте тесноту и направление связи между признаками.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты уравнения регрессии $\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$.
2. Рассчитайте множественный коэффициент корреляции.
3. Сделайте выводы.

Задание 9.8. В таблице проведены данные о распределении 600 опрошенных работников торговли по двум показателям: пол и содержание работы.

Работа	Группа лиц		Всего
	мужчины	женщины	
Интересная	210	140	350
Неинтересная	90	160	250
Итого	300	300	600

Оцените тесноту связи двух качественных признаков.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты ассоциации и контингенции.
2. Сделайте выводы.

Задание 9.9. В ходе анкетирования 900 туристов рассматривалось два признака: возраст и требования, предъявляемые к туристическому продукту. Результаты анкетирования представлены в таблице:

Возраст	Требования, предъявляемые к туристическому продукту			Всего
	дешевые путешествия с использованием менее комфортабельных средств размещения и транспорта	повышенные требования к комфорту и удобству, содержательные экскурсионные программы	требования не только комфорта, но и персонального внимания со стороны обслуживающего персонала, возможности получения квалифицированной медицинской помощи, наличия в ресторанах диетического питания	
До 30 лет	170	110	20	300
30–50 лет	60	150	90	300
Старше 50 лет	20	70	210	300
Итого	250	330	320	900

Определите, существует ли зависимость требований, предъявляемых к туристическому продукту, от возраста потребителей.

Методические рекомендации.

1. Определите коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.
2. Сделайте выводы.

Задание 9.10. По следующим данным оцените связь между уровнем безработицы и ВВП страны.

Год	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Уровень безработицы, %	7,1	7,1	6,0	6,2	8,3	7,3	6,5	5,5
ВВП, млрд долл., текущие цены	764	989,9	1299,7	1660,8	1222,6	1524,9	1899,1	2029,8

Методические рекомендации.

1. Постройте уравнение регрессии.
2. Определите коэффициенты корреляции и детерминации.
3. Сделайте выводы.

Тесты для самоконтроля

9.1. Корреляционная связь — это:

- а) частный случай детерминированной связи;
- б) частный случай стохастической связи.

9.2. Задача корреляционного анализа — это:

- а) количественное определение тесноты связи между результативным и одним или несколькими факторными признаками;

б) определение аналитического выражения связи, в которой изменение результативного показателя обусловлено влиянием одного или нескольких факторных.

9.3. Линейный коэффициент корреляции изменяется в пределах:

- а) $0 \leq r \leq 1$;
- б) $-1 \leq r \leq 1$;
- в) $-\infty < r < +\infty$;
- г) $0 \leq r < +\infty$.

9.4. Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах:

- а) $0 \leq R \leq 1$;
- б) $-1 \leq R \leq 1$;
- в) $-\infty < R < +\infty$;
- г) $0 \leq R < +\infty$.

9.5. Если линейный коэффициент корреляции равен единице, то это означает:

- а) наличие нелинейной функциональной связи;
- б) отсутствие связи;
- в) наличие линейной функциональной связи;
- г) отрицательную линейную связь.

9.6. Уравнение регрессии имеет вид $y = 5,1 - 1,7x$. На сколько единиц своего измерения в среднем изменится y при увеличении x на 1 ед. своего измерения:

- а) увеличится на 1,7;
- б) не изменится;
- в) уменьшится на 1,7;
- г) увеличится на 3,4.

9.7. В методе наименьших квадратов минимизируется формула:

- а) $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$;
- б) $\sum |y_i - \hat{y}_i|$;
- в) $\sum (y_i - \hat{y}_i)$.

9.8. Для измерения тесноты связи в случае наличия нелинейной зависимости между количественными признаками применяют:

- а) линейный коэффициент корреляции;
- б) корреляционное отношение;
- в) множественный коэффициент корреляции.

9.9. В среднем изменение результативного показателя y при увеличении аргумента x на единицу указывает:

- а) коэффициент эластичности;
- б) коэффициент детерминации;
- в) коэффициент регрессии.

9.10. Частные коэффициенты корреляции характеризуют:

а) степень тесноты связи между результативным и несколькими факторными признаками;

б) степень тесноты связи между двумя признаками при фиксированном значении других факторных признаков.

9.11. Чем больше величина коэффициента регрессии, тем влияние данного признака на моделируемый:

- а) меньше;
- б) значительнее;
- в) оба варианта возможны.

9.12. Для определения тесноты связи двух качественных признаков, каждый из которых состоит только из двух групп, применяются:

- а) коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова;
- б) коэффициенты ассоциации и контингенции;
- в) линейный коэффициент корреляции;
- г) коэффициент эластичности.

9.13. В случае когда каждый из качественных признаков состоит более чем из двух групп, для определения тесноты связи возможно применение:

- а) коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова;
- б) коэффициентов ассоциации и контингенции;
- в) линейного коэффициента корреляции;
- г) коэффициента эластичности.

9.14. Отрицательное значение линейного коэффициента корреляции:

- а) свидетельствует о наличии прямой связи между x и y ;
- б) свидетельствует о наличии обратной связи между x и y ;
- в) не позволяет сделать вывод о направлении связи между x и y .

9.15. Рассчитано уравнение множественной регрессии, которое получило следующее выражение: $y = 0,47 + 3,67x_1 + 0,07x_2 + 1,04x_3 - 0,122x_4 + 0,051x_5$, где y – рентабельность; x_1 – материалоотдача; x_2 – фондоотдача; x_3 – среднегодовая выработка продукции на одного работника; x_4 – продолжительность оборота оборотных средств предприятия; x_5 – удельный вес продукции высшей категории качества. На сколько единиц своего измерения в среднем изменится рентабельность с увеличением продолжительности оборота средств на 1 ед. своего измерения:

- а) повысится на 0,122%;
- б) повысится на 0,054%;
- в) понизится на 0,122%.

9.16. По данным теста 9.15 определите, какой из факторов оказывает наибольшее количественное воздействие на результативный показатель при неизменности других:

- а) материалоотдача;
- б) удельный вес продукции высшей категории качества;
- в) продолжительность оборота оборотных средств предприятия.

9.17. Коэффициент корреляции равен 0,89. Тогда коэффициент детерминации равен:

- а) 0,79;
- б) 0,85;

- в) 0,94;
- г) 0,76.

9.18. Проведен анализ связи между себестоимостью единицы изделия и величиной выпуска продукции. Коэффициент детерминации равен 0,83. Он показывает, что:

- а) себестоимостью единицы изделия на 83% зависит от величины выпуска продукции, а на долю других факторов приходится 17% ее изменения;
- б) себестоимостью единицы изделия на 17% зависит от величины выпуска продукции, а на долю других факторов приходится 83% ее изменения;
- в) себестоимостью единицы изделия на 41,5% зависит от величины выпуска продукции, а на долю других факторов приходится 58,5% ее изменения.

9.19. Эмпирическое корреляционное отношение может принимать значения:

- а) $-1 < \eta < 1$;
- б) $-1 < \eta < 0$;
- в) $0 < \eta < 1$;
- г) $0 \leq \eta \leq 1$.

9.20. Отношение суммы квадратов отклонений, объясняемых регрессией, к общей сумме квадратов отклонений, дающее пропорцию изменений y , объясняемых изменением x , называется:

- а) коэффициентом эластичности;
- б) коэффициентом детерминации;
- в) коэффициентом регрессии.

Задания к главе 10

Задания для самостоятельной работы

Задание 10.1. Имеются данные о производстве молока за девять лет, тыс. т:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Производство молока	31 069	31 339	31 988	323 623	32 570	31 847	31 645	31 756	30 529

Проведите сглаживание методом трехчленной скользящей средней.

Методические рекомендации.

1. Вычислите средний уровень из трех первых по порядку уровней ряда, затем средний уровень из такого же числа уровней начиная со второго, далее — начиная с третьего и т.д.

2. Средний уровень за соответствующий период относите к середине выбранного периода.

3. Постройте график.

Задание 10.2. Имеются данные об урожайности зерновых культур в хозяйстве за 12 лет, ц/га:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Урожайность,	9,5	10,2	10,4	11,7	12,1	12,8	13,9	12,7	14,0	14,2	13,6	13,9

Проведите сглаживание методом четырехчленной скользящей средней.
Методические рекомендации.

1. Вычислите средний уровень из четырех первых по порядку уровней ряда, затем средний уровень из такого же числа уровней начиная со второго, далее – начиная с третьего и т.д.

2. Средний уровень за соответствующий период относите к середине между двумя датами, находящимися в середине интервала сглаживания (средняя, найденная для четырех членов, относится к середине между вторым и третьим, третьим и четвертым уровнями и т.д.).

3. Осуществите центрирование (нахождение средней из двух смежных скользящих средних для отнесения полученного уровня к определенной дате).

4. Постройте график.

Задание 10.3. Имеются данные о реализации яиц в хозяйствах региона:

Год	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Количество яиц, млн шт.	28,1	28,8	30,1	30,4	31,0	30,7

Постройте уравнение линейного тренда и сделайте прогноз на следующий год.

Методические рекомендации.

1. Для выравнивания ряда динамики по прямой, воспользуйтесь уравнением $\hat{y} = a + bt$. Воспользуйтесь методом наименьших квадратов и определите параметры уравнения a , b .

2. Рассчитайте ошибки: отклонение трендовых значений от фактических данных.

3. Определите среднее абсолютное отклонение $MAD = \frac{\sum |\varepsilon_t|}{n}$ и среднеквадратическую ошибку $MSE = \frac{\sum \varepsilon_t^2}{n}$. Сделайте выводы.

4. Сделайте прогноз на 2015 г.

Задание 10.4. Имеются следующие данные о розничном товарообороте продовольственных товаров, млн руб.:

Месяц	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Январь	666 828,6	721 992,4	809 793,5
Февраль	667 405,2	718 271,0	799 362,3
Март	715 941,7	770 255,3	872 428,6
Апрель	721 307,6	768 343,4	866 958,8
Май	737 388,1	798 938,9	907 993,2
Июнь	741 569,2	813 773,0	916 067,6
Июль	761 399,3	831 893,4	934 276,3
Август	771 393,9	849 730,4	948 327,0
Сентябрь	765 679,5	848 245,6	935 684,0

Окончание табл.

Месяц	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Октябрь	793 324,8	877 441,8	973 439,6
Ноябрь	793 831,1	883 157,1	989 019,4
Декабрь	968 255,3	1 079 319,2	1 189 658,6

Сделайте вывод о характере общей тенденции розничного товарооборота.
Методические рекомендации.

1. Произведите преобразование методом укрупнения интервалов в квартальные и годовые уровни.
2. Произведите сглаживание квартальных уровней с помощью скользящей средней.
3. Изобразите графически фактические и сглаженные уровни ряда динамики.
4. Сделайте выводы.

Задание 10.5. Имеются следующие данные о реализации продукции, тыс. руб.:

Квартал	Год			
	2011	2012	2013	2014
I	170	242	410	421
II	258	293	436	444
III	321	361	448	477
IV	292	336	394	455

На основании имеющихся данных дайте прогноз объема реализации на следующие два квартала. При моделировании сезонных явлений предположите, что амплитуда сезонных колебаний постоянна и не зависит от уровня тренда.

Методические рекомендации.

1. Оцените сезонную вариацию, воспользовавшись методом скользящей средней.
2. Исключите сезонную вариацию из фактических данных.
3. Определите уравнение тренда.
4. Рассчитайте ошибки.
5. Дайте прогноз объема продаж на следующие два квартала.
6. Сделайте выводы.

Задание 10.6. Имеются данные о реализации определенного вида продукции, тыс. руб.:

Месяц	Год		
	2011	2012	2013
Январь	175	185	184
Февраль	187	187	185

Окончание табл.

Месяц	Год		
	2011	2012	2013
Март	169	165	167
Апрель	145	163	190
Май	139	145	157
Июнь	147	153	162
Июль	156	169	183
Август	172	176	187
Сентябрь	145	153	163
октябрь	165	167	180
Ноябрь	180	184	199
Декабрь	188	192	203

Определите индексы сезонности.

Методические рекомендации.

1. Оцените сезонную вариацию, воспользовавшись методом скользящей средней.
2. Оцените сезонную вариацию как отношение фактического объема реализации к центрированной скользящей средней.
3. Определите среднее значение сезонной вариации по месяцам.
2. Определите скорректированные индексы сезонности.

Задание 10.7. Имеются данные о поставке льняных тканей в розничную сеть города, тыс. руб.:

Квартал	Год			
	2011	2012	2013	2014
I	49,7	50,8	49,8	50,8
II	46,9	47,6	51,1	50,2
III	45,9	46,9	49,2	52,5
IV	50,3	51,2	53	53,3

Анализируемые данные не имеют общей тенденции развития. Определите индексы сезонности.

Методические рекомендации.

1. Определите средние уровни для каждого квартала по формуле средней арифметической простой за четыре года.
2. Определите общий средний уровень за весь период.
3. Определите индексы сезонности для каждого квартала как отношение среднего уровня показателя для данного квартала к общему среднему уровню за весь период.

Задание 10.8. Имеются данные о реализации товара A населению, тыс. шт.:

Квартал	Год		
	2012	2013	2014
I	55,5	58,5	63,5
II	57,0	60,5	65,4
III	55,5	57,5	62,5
IV	56,0	59,3	63,8

Дайте прогноз объема реализации на следующий год (поквартально).

Методические рекомендации.

1. Определите сезонную вариацию на основании имеющихся данных.
2. Исключите сезонную вариацию (проведите десеонализацию данных).
3. С помощью модели линейной регрессии найдите уравнение тренда.
4. По уравнению тренда и прошлым данным вычислите величины ошибок.
5. Дайте прогноз объема реализации на следующий год (поквартально).

Задание 10.9. Имеются данные о страховых выплатах по годам, млн руб.:

Год	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Выплаты	13,3	16,8	20,1	24,7	28,8	32,0	35,9	40,6	45,5	50,4	55,6	61,3

Проведите аналитическое выравнивание ряда динамики.

Методические рекомендации.

1. Постройте уравнение тренда. Для уравнения тренда используйте несколько функций.
2. Рассчитайте коэффициенты детерминации для каждого случая.
3. На альтернативной основе выберите наилучшую функцию.
4. Постройте график по эмпирическим и теоретическим данным.

Задание 10.10. Динамика урожайности овощей в совхозах области за 2008–2014 гг. описывается функцией вида: $\hat{y} = 345,4 + 1,3^t$.

Определите урожайность овощей в 2008–2014 гг. и постройте прогноз на 2015 и 2016 гг. в предположении, что выявленная закономерность в урожайности сохранится.

Методические рекомендации

1. Определите урожайность овощей в 2008–2014 гг. В представленную функцию необходимо подставить номер года (2008 г. – $t = 1$, 2009 г. – $t = 2$ и т.д.).
2. Постройте прогноз на 2015 и 2016 гг.

Тесты для самоконтроля

10.1. Прием обнаружения основной тенденции развития явления не является:

- а) метод скользящей средней;
- б) метод укрупнения интервалов;
- в) аналитическое выравнивание ряда динамики;
- г) приведение рядов динамики к одному основанию.

10.2. Тренд – это:

- а) основная тенденция (закономерность) в изменении уровней;
- б) колеблемость уровней ряда;
- в) сезонные колебания.

10.3. На основании годовых данных об изменении урожайности картофеля в регионе были оценены коэффициенты линейного тренда: $\hat{y} = 320 + 6,2t$. В соответствии с этой моделью среднегодовой прирост урожайности составляет:

- а) 6,2%;
- б) 6,2 ц/га;
- в) 320 ц/га;
- г) 326,2 ц/га.

10.4. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 10 лет описывается показательной функцией: $\hat{y} = 329 \cdot 1,07^t$. Из этой модели следует, что среднегодовой темп роста численности составляет, %:

- а) 107;
- б) 329;
- в) 7;
- г) 29.

10.5. Укажите, какая из приведенных ниже моделей носит название аддитивной ($u(t)$ – тренд; $s(t)$ – сезонная составляющая; $v(t)$ – циклическая составляющая; $e(t)$ – случайные отклонения):

- а) $Y(t) = u(t) \cdot s(t) \cdot v(t) \cdot e(t)$;
- б) $Y(t) = u(t) \cdot s(t) \cdot v(t) + e(t)$;
- в) $Y(t) = u(t) + s(t) + v(t) + e(t)$.

10.6. Экономический прогноз является краткосрочным, если период упреждения составляет:

- а) до одного месяца;
- б) от одного месяца до года;
- в) более одного года, но не превышает пяти лет;
- г) более пяти лет.

10.7. Экономический прогноз является оперативным, если период упреждения составляет:

- а) до одного месяца;
- б) от одного месяца до года;
- в) более одного года, но не превышает пяти лет;
- г) более пяти лет.

10.8. По данным о производстве продукции за девять лет оценены параметры модели: $\hat{y} = 450 - 2,5t - 1,2t^2$. Тогда прогноз производства на следующий год составляет:

- а) 305;
- б) 330;
- в) 446.

10.9. При сглаживании временного ряда 4-членной скользящей средней теряются:

- а) два первых и два последних значения временного ряда;
- б) только два первых значения временного ряда;
- в) только два последних значения временного ряда;
- г) четыре первых и четыре последних значения временного ряда.

10.10. Если первые разности уровней ряда динамики (абсолютные приросты) постоянны, то для аналитического выравнивания применяют:

- а) уравнение прямой;
- б) полиномы второй степени;
- в) полиномы третьей степени.

10.11. На суждениях отдельных людей или групп основывается:

- а) количественное прогнозирование;
- б) качественное прогнозирование;
- в) объяснительное прогнозирование.

10.12. При аддитивной сезонности предполагается, что:

- а) размах сезонных колебаний изменяется во времени пропорционально трендовому значению;
- б) амплитуда сезонных колебаний постоянна и не зависит от уровня тренда;
- в) нет правильного ответа.

10.13. Модели, способные приспособлять свою структуру и параметры к изменению условий, — это:

- а) адаптивные модели прогнозирования;
- б) трендовые модели прогнозирования;
- в) аддитивные модели;
- г) мультипликативные модели.

10.14. Укажите, какая из приведенных ниже моделей носит название мультипликативной ($u(t)$ — тренд; $s(t)$ — сезонная составляющая; $e(t)$ — случайные отклонения):

- а) $Y(t) = u(t) - s(t) \cdot e(t)$;
- б) $Y(t) = u(t) \cdot s(t) \cdot e(t)$;
- в) $Y(t) = u(t) + s(t) + e(t)$.

10.15. Экономический прогноз является среднесрочным, если период упреждения составляет:

- а) до одного месяца;
- б) от одного месяца до года;
- в) более одного года, но не превышает пяти лет;
- г) более пяти лет.

10.16. Экстраполяция — это:

- а) распространение закономерностей, связей и соотношений, действующих в изучаемом периоде, за его пределы;
- б) способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений;
- в) определение основной тенденции развития явления.

10.17. Расчет скользящего среднего — это:

- а) метод, который позволяет упростить определение и анализ тенденции в развитии динамического ряда на основе сглаживания колебаний измерений по временным интервалам;
- б) метод, в котором данным приписываются веса: более поздним данным придается больший вес, чем более ранним;
- в) метод, основанный на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда.

10.18. При построении тренда для уравнения тренда использовалось несколько функций. Были построены тренды, и в каждом случае был определен коэффициент детерминации. Функция, наиболее подходящая для прогнозирования, соответствует следующему коэффициенту детерминации:

- а) 0,73;
- б) 0,91;
- в) 0,54;
- г) 0,63.

10.19. Простая модель экспоненциального сглаживания имеет вид

$$\text{Новый прогноз} = \alpha \cdot \begin{matrix} \text{Фактический результат} \\ \text{в последний период} \end{matrix} + (1 - \alpha) \cdot \begin{matrix} \text{Прогноз} \\ \text{в последний период} \end{matrix}.$$

Укажите, значения в каких пределах может принимать константа сглаживания α :

- а) $[-1; 1]$;
- б) $[0; 5]$;
- в) $[0; 1]$;
- г) $[-5; 5]$.

10.20. При мультипликативной сезонности предполагается, что:

- а) размах сезонных колебаний изменяется во времени пропорционально трендовому значению;
- б) амплитуда сезонных колебаний постоянна и не зависит от уровня тренда;
- в) нет правильного ответа.

Литература

1. Федеральный закон от 29 ноября 2007 г. № 282-ФЗ «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации» (ред. от 23 июля 2013 г.).
2. *Ахмадулина, Т. В.* Сборник задач по дисциплине «Статистика» / Т. В. Ахмадулина [и др.]. — М. : ВАВТ, 2015.
3. *Бабич, С. Г.* Практикум по общей теории статистики / С. Г. Бабич, Н. В. Пудова, Л. И. Савченко. — М. : Изд-во РЭА имени Г. В. Плеханова, 2007.
4. *Бабич, С. Г.* Сборник практических заданий по дисциплине «Статистика : теория статистики» / С. Г. Бабич. — М. : Изд-во РЭУ имени Г. В. Плеханова, 2013.
5. *Батракова, Л. Г.* Теория статистики : учеб. пособие / Л. Г. Батракова. — М. : КноРус, 2013.
6. *Годин, А. М.* Статистика : учебник / А. М. Годин. — М. : Дашков и К^о, 2008.
7. *Голодов, С. В.* Дисперсионный и регрессионный анализ. Статистика для бакалавров с основами бизнес-статистики : учебник / С. В. Голодов, М. Л. Белая ; отв. ред. Е. В. Зарова. — М. : Изд-во РЭУ им. Г.В. Плеханова, 2014.
8. *Гольшев, А. В.* Краткий курс по статистике : учеб. пособие / А. В. Гольшев. — М. : Окей-книга, 2008.
9. *Громыко, Г. Л.* Теория статистики : учебник / Г.Л. Громыко, А. Н. Воробьев, Ю. Н. Иванов. — М. : ИНФРА-М, 2010.
10. *Елисеева, И. И.* Статистика : учебник / И. И. Елисеева, С. В. Курышева, И. И. Егорова. — М. : Проспект, 2015.
11. *Ефимова, М. Р.* Практикум по общей теории статистики : учеб. пособие для бакалавров / М. Р. Ефимова, О. И. Ганченко, Е. В. Петрова. — М. : Юрайт, 2013.
12. *Ильшев, А. М.* Общая теория статистики / А. М. Ильшев, О. М. Шубат. — М. : КноРус, 2013.
13. *Орлов, А. И.* Эконометрика : учебник для вузов / А. И. Орлов. — М. : Экзамен, 2004.
14. *Ковалева, Т. Ю.* Практикум по теории статистики / Т. Ю. Ковалева. — М. : КноРус, 2012.
15. *Мхитарян, В. С.* Эконометрика : учеб.-метод. комплекс / В. С. Мхитарян, М. Ю. Архипова, В. П. Сиротин. — М. : ЕАОИ, 2008.
16. *Назаров, М. Г.* Общая теория статистики : учебник для вузов / М. Г. Назаров, В. Г. Минашкин, В. С. Мхитарян. — М. : ИНФРА-М, 2011.

17. *Переяслова, И. Г.* Статистика : учеб. пособие / И. Г. Переяслова, Е. Б. Колбачев, О. Г. Переяслова. — Ростов н/Д : Феникс, 2005.
18. *Просветов, Г. И.* Статистика. Задачи и решения : учеб.-практ. пособие / Г. И. Просветов. — М. : Альфа-Пресс, 2013.
19. *Просветов, Г. И.* Эконометрика. Задачи и решения : учеб.-метод. пособие / Г. И. Просветов. — М. : РДЛ, 2005.
20. *Рогатных, Е. Б.* Статистика. Конспект лекций по курсу. Ч. 1 : учеб. пособие / Е. Б. Рогатных. — М. : ВАВТ, 2007.
21. *Рогатных, Е. Б.* Статистика. Сборник задач по курсу : учеб. пособие / Е. Б. Рогатных. — М. : ВАВТ, 2007.
22. *Салин, В. Н.* Статистика : учеб. пособие / В. Н. Салин. — М. : КноРус, 2008.
23. *Салин, В. Н.* Статистика : учеб. пособие / В. Н. Салин, Е. П. Шпаковская. — М. : КноРус, 2014.
24. *Сигел, Э. Ф.* Практическая бизнес-статистика : пер. с англ. / Э. Ф. Сигел. — М. : Вильямс, 2004.
25. *Сиденко, А. В.* Статистика : учебник / А. В. Сиденко, Г. Ю. Попов, В. М. Матвеева. — М. : Дело и сервис, 2000.
26. Статистика / под ред. В. С. Мхитаряна. — М. : Академия, 2002.
27. Статистика : учебник для академического бакалавриата / под ред. И. И. Елисеевой. 4-е изд., пер. и доп. — М. : Юрайт, 2014.
28. Статистика : учеб. пособие / Л. П. Харченко [и др.] ; под ред. В. Г. Ионина. — М. : ИНФРА-М, 2002.
29. Теория статистики : учебник / Под ред. Г. Л. Громыко. — М. : ИНФРА-М, 2009.
30. *Харченко, Н. М.* Статистика : учебник / Н. М. Харченко. — М. : Дашков и К^о, 2007.
31. www.cbr.ru — официальный сайт Центрального банка РФ.
32. www.gks.ru — официальный сайт Государственной службы государственной статистики.

Ответы на тесты

Глава 2

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10
б	б	а	б	б	в	б	б	а	1) в; 2) а
2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19	2.20
б	б	б	в	в	а	в	б	б	а

Глава 3

3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10
в	а	в	а	а	б	б	в	б	а

Глава 4

4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10
а	а	б	а	а	б	б	в	а	б
4.11	4.12	4.13	4.14	4.15	4.16	4.17	4.18	4.19	4.20
г	г	б	г	в	в	в	б	а	б

Глава 5

5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
1) а; 2) а; 3) в	а	а	в	в	а	в	г	г	б
5.11	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19	5.20
г	б	б	в	в	а, б	в, г	б	б	а

Глава 6

6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	6.10
а	а	б	а	в	б	б	а	а	в
6.11	6.12	6.13	6.14	6.15	6.16	6.17	6.18	6.19	6.20
б	а	в	в	в	б	а, г	а	б	б

Глава 7

7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	7.10
б	а	б	а	а	а	а	а	а	б
7.11	7.12	7.13	7.14	7.15	7.16	7.17	7.18	7.19	7.20
б	в	г	в	в	а	б	а	б	а

Глава 8

8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.10
а	а	б	в	а	в	в	б	а	в
8.11	8.12	8.13	8.14	8.15	8.16	8.17	8.18	8.19	8.20
б	а	б	г	а	б	а	в	б	а

Глава 9

9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9	9.10
б	а	б	а	в	в	а	б	в	б
9.11	9.12	9.13	9.14	9.15	9.16	9.17	9.18	9.19	9.20
б	б	а	б	в	а	а	а	г	б

Глава 10

10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	10.10
г	а	б	а	в	б	а	а	а	а
10.11	10.12	10.13	10.14	10.15	10.16	10.17	10.18	10.19	10.20
б	б	а	б	в	а	а	б	в	а

Приложение

**Таблица для расчета средних коэффициентов роста (снижения)
 по средней параболической**

$$\bar{k} + \bar{k}^2 + \bar{k}^3 + \dots + \bar{k}^n = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_0}$$

$\bar{k} \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,800	1,440	1,952	2,362	2,690	2,952	3,162	3,330	3,464	3,571
0,805	1,453	1,975	2,395	2,733	3,005	3,224	3,400	3,542	3,656
0,810	1,466	1,997	2,428	2,777	3,059	3,288	3,473	3,623	3,745
0,815	1,479	2,021	2,462	2,821	3,114	3,353	3,548	3,706	3,836
0,820	1,492	2,043	2,495	2,866	3,170	3,419	3,623	3,790	3,927
0,825	1,506	2,067	2,530	2,913	3,228	3,488	3,703	3,880	4,025
0,830	1,519	2,091	2,566	2,960	3,287	3,558	3,783	3,970	4,125
0,835	1,532	2,114	2,601	3,006	3,345	3,628	3,864	4,051	4,216
0,840	1,546	2,139	2,637	3,055	3,406	3,701	3,949	4,157	4,332
0,845	1,559	2,162	2,672	3,103	3,467	3,775	4,035	4,254	4,440
0,850	1,572	2,186	2,708	3,152	3,529	3,849	4,121	4,352	4,549
0,855	1,586	2,211	2,745	3,202	3,593	3,927	4,213	4,457	4,665
0,860	1,600	2,236	2,783	3,253	3,658	4,006	4,350	4,563	4,784
0,865	1,613	2,260	2,820	3,304	3,723	4,086	4,399	4,670	4,905
0,870	1,627	2,285	2,858	3,356	3,790	4,167	4,495	4,781	5,030
0,875	1,641	2,311	2,897	3,410	3,859	4,252	4,595	4,896	5,159
0,880	1,654	2,335	2,935	3,463	3,927	4,391	4,750	5,066	5,344
0,885	1,668	2,361	2,975	3,518	3,998	4,423	4,799	5,132	5,427
0,890	1,682	2,384	3,011	3,572	4,069	4,511	4,905	5,255	5,567
0,895	1,696	2,413	3,055	3,629	4,143	4,603	5,014	5,383	5,713
0,900	1,710	2,439	3,095	3,685	4,216	4,694	5,124	5,511	5,859
0,905	1,724	2,465	3,136	3,743	4,292	4,790	5,240	5,647	6,015
0,910	1,738	2,491	3,177	3,801	4,369	4,886	5,356	5,784	6,173
0,915	1,752	2,518	3,219	3,861	4,447	4,984	5,476	5,925	6,337
0,920	1,776	2,544	3,260	3,919	4,525	5,083	5,596	6,068	6,502
0,925	1,781	2,572	3,304	3,981	4,608	5,187	5,723	6,219	6,677
0,930	1,795	2,599	3,347	4,043	4,690	5,292	5,852	6,373	6,857
0,935	1,809	2,627	3,391	4,105	4,774	5,398	5,982	6,529	7,039
0,940	1,824	2,655	3,436	4,170	4,860	5,508	6,117	6,690	7,228
0,945	1,838	2,682	3,479	4,233	4,945	5,618	6,254	6,855	7,423
0,950	1,852	2,709	3,523	4,297	5,032	5,730	6,394	7,024	7,624
0,955	1,867	2,738	3,570	4,364	5,123	5,847	6,539	7,200	7,831
0,960	1,881	2,766	3,615	4,430	5,212	5,963	6,684	7,376	8,041

НАПИСАНИЕ на ЗАКАЗ:

1. Дипломы, курсовые, чертежи...
2. Диссертации и научные работы.

ЛЮБАЯ тематика,
в том числе ЭКОНОМЕТРИКА, ТЕХНИКА...

Наши книги можно приобрести:

Учебным заведениям и библиотекам:
в отделе по работе с вузами
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: vuz@urait.ru

Частным лицам:
список магазинов смотрите на сайте urait.ru
в разделе «Частным лицам»

Магазинам и корпоративным клиентам:
в отделе продаж
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru

Отзывы об издании присылайте в редакцию
e-mail: red@urait.ru

Новые издания и дополнительные материалы доступны
в электронной библиотечной системе «Юрайт»
biblio-online.ru

Учебное издание

Малых Наталья Ильинична

СТАТИСТИКА: ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

Учебник и практикум для СПО

Формат 70×100^{1/16}.
Гарнитура «Charter». Печать цифровая.
Усл. печ. л. 21,34.

ООО «Издательство Юрайт»
111123, г. Москва, ул. Плеханова, д. 4а.
Тел.: (495) 744-00-12. E-mail: izdat@urait.ru, www.urait.ru